

Linearna algebra 2

1. zadaća

1. Ispitajte jesu li sljedeća preslikavanja sa $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$ u \mathbb{R} skalarni produkti.

a) $a(x, y) = x_1y_1 + 2x_2y_2 + 7x_3y_3,$

b) $b(x, y) = x_1y_1 - 2x_2y_2,$

c) $c(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_2y_3,$

gdje su $x = (x_1, x_2, x_3), y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3.$

2. Ispitajte jesu li sljedeća preslikavanja sa $\mathbb{C}^3 \times \mathbb{C}^3$ u \mathbb{C} skalarni produkti.

a) $a(x, y) = x_1\bar{y}_1 + 2x_2\bar{y}_2 + 7x_3\bar{y}_3,$

b) $b(x, y) = x_1\bar{y}_1 - 2x_2\bar{y}_2,$

c) $c(x, y) = x_1\bar{y}_1 + x_2\bar{y}_2 + x_3\bar{y}_3 + x_2\bar{y}_3,$

gdje su $x = (x_1, x_2, x_3), y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{C}^3.$

3. Odredite sve realne brojeve λ takve da je preslikavanje $s : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dano sa

$$s((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \lambda x_1y_1 + (\lambda^2 - 1)x_1y_2 + (\lambda + 1)x_2y_1 + \lambda^3 x_2y_2$$

skalarni produkt na $\mathbb{R}^2.$

4. Za koje sve realne brojeve α je preslikavanje

$$s((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + (\alpha^2 + 1)x_1y_2 + (4 - 2\alpha^2)x_2y_1 + (5 + 3\alpha)x_2y_2$$

skalarno množenje na $\mathbb{R}^2?$

5. Za koji kompleksan broj τ je preslikavanje $s : \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ zadano s

$$s((z_1, z_2), (w_1, w_2)) = z_1\bar{w}_1 + \tau z_1\bar{w}_2 - iz_2\bar{w}_1 + 2z_2\bar{w}_2$$

skalarno množenje na $\mathbb{C}^2?$

6. Za koje kompleksne brojeve λ je preslikavanje

$$s\left(\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix}\right) = (\lambda - 1)(a_1\bar{a}_2 + b_1\bar{b}_2) + \bar{\lambda}(c_1\bar{c}_2 + d_1\bar{d}_2)$$

skalarno množenje na prostoru $M_2(\mathbb{C})?$