

Zadaci iz matematike, grupa A

1. Razlomak $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ jednak je
- A. $\frac{1+3x}{1+2x}$ B. $\frac{x}{1+2x}$ C. $\frac{1+2x}{2+3x}$ D. $\frac{1+x}{1+2x}$ E. $\frac{3+5x}{5+8x}$
2. Zadana su tri realna broja. Zbroj prvog i drugog je 8, a zbroj prvog i trećeg je 4. Ako je umnožak drugog i trećeg broja najmanji mogući, prvi broj jednak je
- A. 4 B. 8 C. 0 D. 2 E. 6
3. Odredite 2007. decimalu broja $1.44^{-1/2} - (\frac{8}{27})^{2/3}$.
- A. 2 B. 8 C. 5 D. 1 E. 3
4. Imaginarni dio kompleksnog broja $\frac{(1+2i)^2}{(1+i)^3}$ jednak je
- A. $\frac{1}{4}i$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{4}$ E. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$
5. Ako je $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ i $g(x) = \log_3 x$, onda je kompozicija tih dviju funkcija
- A. $(f \circ g)(x) = \log_3 \frac{x}{9}$ B. $(f \circ g)(x) = \frac{\log_3(3x^2)}{\log_3(27x)}$ C. $(f \circ g)(x) = \log_3(3x^2 - 27x)$
D. $(f \circ g)(x) = \log_3 \frac{2x+1}{x+3}$ E. $(f \circ g)(x) = \frac{2 \log_3 x}{2 + \log_3 x}$
6. U prodavaonicama “Pepeljuga” i “Dvije sestre” početna cijena jednog modela cipela bila je jednaka. Nakon toga je u prodavaonici “Pepeljuga” cijena tih cipela snižena za 30%, a zatim je porasla za 5%. U prodavaonici “Dvije sestre” cijena istih cipela je prvo pala za 15%, a zatim je pala još za 10%. Izaberite točnu tvrdnju!
- A. “Dvije sestre” sada prodaju cipele po 23% većoj cijeni od “Pepeljuge”.
B. “Dvije sestre” sada prodaju cipele po 23% manjoj cijeni od “Pepeljuge”.
C. Nakon promjena cijene cipela su jednake.
D. “Pepeljugin” cipele sad su oko 3.9% skuplje nego u prodavaonici “Dvije sestre”.
E. “Pepeljugin” cipele sad su oko 3.9% jeftinije nego u prodavaonici “Dvije sestre”.
7. Broj cjelobrojnih rješenja nejednadžbe $8 + 2x - x^2 \geq 0$ je
- A. 0 B. 2 C. 7 D. 5 E. 4

8. Ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x) = x^5 - x^4 + 2x^2 - x + 1$ s polinomom $q(x) = x^2 - 1$ je
- A.** 2 **B.** $x - 1$ **C.** $x + 1$
D. $x^3 - x^2 + x + 1$ **E.** $x^2 + 1$

9. Rješenje nejednadžbe $\frac{7-x}{x^2-2x+1} \geq 1$ je
- A.** $x \in \langle -\infty, 7]$ **B.** $x \in \langle -\infty, -2] \cup [3, +\infty)$ **C.** $\langle -2, 3 \rangle \setminus \{1\}$
D. $x \in [-2, 3] \setminus \{1\}$ **E.** $x \in [-2, 3]$

10. Odredite parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tako da zadani sustav linearnih jednadžbi ima beskonačno mnogo rješenja:

$$\begin{aligned} 2x + \alpha y &= 3 \\ -3x + 4y &= \beta \end{aligned}$$

- A.** Ne postoje takvi α i β **B.** $\alpha = -\frac{8}{3}, \beta = -\frac{9}{2}$ **C.** $\alpha = 3, \beta = 4$
D. $\alpha = 4, \beta = 3$ **E.** $\alpha = \frac{5}{2}, \beta = -\frac{1}{3}$

11. Jednadžba $a^2 + x + ax = 1$ ovisno o vrijednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ može imati

- A.** jedno rješenje ili beskonačno mnogo rješenja
B. dva rješenja ili beskonačno mnogo rješenja
C. jedno rješenje ili dva rješenja
D. bilo koji konačan broj rješenja
E. jedno rješenje, dva rješenja ili beskonačno mnogo rješenja

12. Zbroj rješenja jednadžbe $2^{2x+1} + 2 = 17 \cdot 2^{x-1}$ je

- A.** $2 - \sqrt{2}$ **B.** $\log_2 12$ **C.** 2 **D.** 6 **E.** 0

13. Ako je $\log_5 \sqrt{x^2 - 1} = \log_3 2$ i $x > 0$, onda je x jednako

- A.** $\sqrt{5^{(\log_3 2)^2} + 1}$ **B.** $(5^{\log_3 2} + 1)^2$ **C.** $\sqrt{5^{\log_3 4} + 1}$ **D.** $(5^{\sqrt{\log_3 2}} + 1)^2$ **E.** $\sqrt{5^{\log_3 2} + 1}$

14. Koliko nultočaka ima funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x) = 2|x - 1| + |x| + |x + 1| - 3$?

- A.** 1 **B.** beskonačno **C.** 0 **D.** 2 **E.** 3

15. Aritmetički niz počinje s 500, 515, 530, ..., dok geometrijski niz počinje s 512, 768, 1152, ... Ako je A suma prvih 29 članova aritmetičkog niza, a G suma prvih 7 članova geometrijskog niza, onda vrijedi
- A.** $30000 < A + G < 40000$ **B.** $10000 < A + G < 20000$ **C.** $A + G > 40000$
D. $A + G < 10000$ **E.** $20000 < A + G < 30000$
16. Ako svaku od stranica pravokutnika povećamo za 20%, onda se njegova površina poveća za
- A.** 40% **B.** 400% **C.** 20% **D.** 50% **E.** 44%
17. Pravac $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dijeli krug $x^2 + y^2 \leq 1$ na dva dijela. Površina manjeg dijela je
- A.** $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ **E.** $\frac{\pi}{6}$
18. Na kružnici k sa središtem S označene su četiri točke u smjeru kazaljke na satu redom s A , B , C i D . Ako je \overline{BD} promjer kružnice i ako kut $\angle ACB$ ima α radijana, onda kut $\angle DAS$ ima
- A.** $\frac{\pi}{2} - \alpha$ radijana **B.** 2α radijana **C.** α radijana
D. $\frac{\alpha}{2}$ radijana **E.** $\pi - \alpha$ radijana
19. Želimo konstruirati trokut s duljinama stranica a , b i c . Ako je $a = 3$ i $b = 4$, konstrukcija će biti moguća ako i samo ako je
- A.** $c > 0$ **B.** $0 < c < 12$ **C.** $3 < c < 4$ **D.** $1 < c < 7$ **E.** $4 < c < 7$
20. Bazu piramide $ABCD$ čini jednakostraničan trokut ABC čija je stranica duljine 2 cm. Brid CD okomit je na bazu piramide, a volumen piramide iznosi 1 cm^3 . Kut između stranice ABD i baze ABC iznosi
- A.** $22^\circ 30'$ **B.** 45° **C.** 60° **D.** $37^\circ 30'$ **E.** 30°

Zadaci iz matematike, grupa B

1. Razlomak $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ jednak je
- A. $\frac{1+x}{1+2x}$ B. $\frac{1+2x}{2+3x}$ C. $\frac{3+5x}{5+8x}$ D. $\frac{1+3x}{1+2x}$ E. $\frac{x}{1+2x}$
2. Zadana su tri realna broja. Zbroj prvog i drugog je 8, a zbroj prvog i trećeg je 4. Ako je umnožak drugog i trećeg broja najmanji mogući, prvi broj jednak je
- A. 0 B. 2 C. 6 D. 8 E. 4
3. Odredite 2007. decimalu broja $1.44^{-1/2} - (\frac{8}{27})^{2/3}$.
- A. 8 B. 2 C. 1 D. 3 E. 5
4. Imaginarni dio kompleksnog broja $\frac{(1+2i)^2}{(1+i)^3}$ jednak je
- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}i$ D. $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ E. $-\frac{1}{4}$
5. Ako je $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ i $g(x) = \log_3 x$, onda je kompozicija tih dviju funkcija
- A. $(f \circ g)(x) = \log_3 \frac{2x+1}{x+3}$ B. $(f \circ g)(x) = \log_3 \frac{x}{9}$ C. $(f \circ g)(x) = \log_3(3x^2 - 27x)$
D. $(f \circ g)(x) = \frac{\log_3(3x^2)}{\log_3(27x)}$ E. $(f \circ g)(x) = \frac{2\log_3 x}{2 + \log_3 x}$
6. U prodavaonicama “Pepeljuga” i “Dvije sestre” početna cijena jednog modela cipela bila je jednaka. Nakon toga je u prodavaonici “Pepeljuga” cijena tih cipela snižena za 30%, a zatim je porasla za 5%. U prodavaonici “Dvije sestre” cijena istih cipela je prvo pala za 15%, a zatim je pala još za 10%. Izaberite točnu tvrdnju!
- A. “Dvije sestre” sada prodaju cipele po 23% manjoj cijeni od “Pepeljuge”.
B. “Pepeljugine” cipele sad su oko 3.9% jeftinije nego u prodavaonici “Dvije sestre”.
C. “Dvije sestre” sada prodaju cipele po 23% većoj cijeni od “Pepeljuge”.
D. “Pepeljugine” cipele sad su oko 3.9% skuplje nego u prodavaonici “Dvije sestre”.
E. Nakon promjena cijene cipela su jednake.
7. Broj cjelobrojnih rješenja nejednadžbe $8 + 2x - x^2 \geq 0$ je
- A. 0 B. 4 C. 5 D. 7 E. 2

8. Ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x) = x^5 - x^4 + 2x^2 - x + 1$ s polinomom $q(x) = x^2 - 1$ je

- A. $x + 1$ B. $x^3 - x^2 + x + 1$ C. $x - 1$
D. $x^2 + 1$ E. 2

9. Rješenje nejednadžbe $\frac{7-x}{x^2-2x+1} \geq 1$ je

- A. $x \in [-2, 3] \setminus \{1\}$ B. $x \in \langle -\infty, 7 \rangle$ C. $\langle -2, 3 \rangle \setminus \{1\}$
D. $x \in [-2, 3]$ E. $x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [3, +\infty \rangle$

10. Odredite parametre $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tako da zadani sustav linearnih jednadžbi ima beskonačno mnogo rješenja:

$$\begin{aligned} 2x + \alpha y &= 3 \\ -3x + 4y &= \beta \end{aligned}$$

- A. Ne postoje takvi α i β B. $\alpha = 4, \beta = 3$ C. $\alpha = -\frac{8}{3}, \beta = -\frac{9}{2}$
D. $\alpha = \frac{5}{2}, \beta = -\frac{1}{3}$ E. $\alpha = 3, \beta = 4$

11. Jednadžba $a^2 + x + ax = 1$ ovisno o vrijednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ može imati

- A. jedno rješenje ili dva rješenja
B. jedno rješenje ili beskonačno mnogo rješenja
C. bilo koji konačan broj rješenja
D. jedno rješenje, dva rješenja ili beskonačno mnogo rješenja
E. dva rješenja ili beskonačno mnogo rješenja

12. Zbroj rješenja jednadžbe $2^{2x+1} + 2 = 17 \cdot 2^{x-1}$ je

- A. $2 - \sqrt{2}$ B. 2 C. 0 D. $\log_2 12$ E. 6

13. Ako je $\log_5 \sqrt{x^2 - 1} = \log_3 2$ i $x > 0$, onda je x jednako

- A. $\sqrt{5^{\log_3 2} + 1}$ B. $\sqrt{5^{\log_3 4} + 1}$ C. $(5^{\log_3 2} + 1)^2$ D. $\sqrt{5^{(\log_3 2)^2} + 1}$ E. $(5^{\sqrt{\log_3 2}} + 1)^2$

14. Koliko nultočaka ima funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x) = 2|x - 1| + |x| + |x + 1| - 3$?

- A. 3 B. 2 C. beskonačno D. 0 E. 1

15. Aritmetički niz počinje s 500, 515, 530, ..., dok geometrijski niz počinje s 512, 768, 1152, ... Ako je A suma prvih 29 članova aritmetičkog niza, a G suma prvih 7 članova geometrijskog niza, onda vrijedi
- A. $A + G < 10000$ B. $A + G > 40000$ C. $10000 < A + G < 20000$
D. $30000 < A + G < 40000$ E. $20000 < A + G < 30000$
16. Ako svaku od stranica pravokutnika povećamo za 20%, onda se njegova površina poveća za
- A. 44% B. 20% C. 40% D. 400% E. 50%
17. Pravac $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dijeli krug $x^2 + y^2 \leq 1$ na dva dijela. Površina manjeg dijela je
- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E. $\frac{\pi}{6}$
18. Na kružnici k sa središtem S označene su četiri točke u smjeru kazaljke na satu redom s A , B , C i D . Ako je \overline{BD} promjer kružnice i ako kut $\angle ACB$ ima α radijana, onda kut $\angle DAS$ ima
- A. 2α radijana B. $\frac{\pi}{2} - \alpha$ radijana C. $\pi - \alpha$ radijana
D. α radijana E. $\frac{\alpha}{2}$ radijana
19. Želimo konstruirati trokut s duljinama stranica a , b i c . Ako je $a = 3$ i $b = 4$, konstrukcija će biti moguća ako i samo ako je
- A. $4 < c < 7$ B. $c > 0$ C. $3 < c < 4$ D. $0 < c < 12$ E. $1 < c < 7$
20. Bazu piramide $ABCD$ čini jednakostraničan trokut ABC čija je stranica duljine 2 cm. Brid CD okomit je na bazu piramide, a volumen piramide iznosi 1 cm^3 . Kut između stranice ABD i baze ABC iznosi
- A. 45° B. $22^\circ 30'$ C. 30° D. $37^\circ 30'$ E. 60°