JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 31. 01. 2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. (16 bodova) Odredite globalne ekstreme funkcije $f(x,y) = xy + \frac{x}{2}$ na polukrugu

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1,\ y \geq 0\}.$$

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 31. 01. 2013.

2. (a) (9 bodova) Neka je

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1 + x,\ 0 \leq z \leq 1 - x + y^2\}.$$

Izračunajte:

$$\iiint_\Omega xyz \; dx\, dy\, dz.$$

(b) (9 bodova) Neka je $F(x, y) = (xy,\ y^2)$. Izračunajte

$$\int_c F \cdot ds = \int_c xy\, dx + y^2\, dy,$$

gdje je $c(t) = (t,\ t^2),\ t \in [0, 1]$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 31. 01. 2013.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte Taylorov polinom četvrtog stupnja funkcije $f(x) = \sqrt{2-x}$.

   (b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum \dfrac{x^k}{3^k(k+1)}$.

$4a$	$4b$	$5a$	$5b$	$6a$	$6b$	$6c$	$6d$

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 31. 01. 2013.

4. (a) (8 bodova) Dokažite: ako je $|x| \geq 1$ onda $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$ divergira.
   (b) (8 boda) Navedite primjer reda $\sum a_k$ koji divergira, ali za koji $a_k \to 0$. Svoje tvrdnje obrazložite.

5. (a) (8 bodova) Dokažite: ako funkcija f ima lokalni ekstrem u točki (x_0, y_0) i $\nabla f(x_0, y_0)$ postoji, onda $\nabla f(x_0, y_0) = 0$.
   (b) (6 bodova) Napišite formulu za tangencijalnu ravninu u točki (x_0, y_0, z_0) za plohu S danu pomoću jednadžbe $f(x, y, z) = c$.

6. (a) (8 bodova) Dokažite da za svaku f vrijedi $\text{rot}(\text{grad}(f)) = 0$.
   (b) (4 boda) Iskažite Greenov teorem.
   (c) (4 boda) Iskažite Gaussov teorem (teorem o divergenciji).
   (d) (4 boda) Iskažite Stokesov teorem.