| $1a$ | $1b$ |
| --- | --- |
| | |

JMBAG

IME I PREZIME

# Diferencijalni i integralni račun 2

## popravni kolokvij, 20.2.2015.

**Napomene:** Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom oko 0 trećeg stupnja za funkciju

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} + (x-2)^3.$$

(b) (8 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(3^k + 4^k)x^k$.

| 2a | 2b |
| --- | --- |
| | |

JMBAG

IME I PREZIME

# Diferencijalni i integralni račun 2

## popravni kolokvij, 20.2.2015.

2. (a) (6 bodova) Odredite parcijalne derivacije prvog reda funkcije $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zadane sa

$$f(x, y) = \ln\left(\sin\frac{x+a}{\sqrt{y}}\right),$$

gdje je $a \in \mathbb{R}$.

(b) (12 bodova) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x - 2z$.

| 3a | 3b |
| --- | --- |
| | |

JMBAG

IME I PREZIME

# Diferencijalni i integralni račun 2

## popravni kolokvij, 20.2.2015.

3. (a) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_D 2x dx dy$$

gdje je $D$ skup u ravnini omeđen krivuljama $y^3 = x$ i $y^6 = x$.

(b) (8 bodova) Integrirajte funkciju $x^2 + y^2 + z^2$ po skupu $B \ldots x, y, z \geq 0,\ 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

| 4 | 5 | 6a | 6b | 7a | 7b |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

# Diferencijalni i integralni račun 2

## popravni kolokvij, 20.2.2015.

4. (10 bodova) Pretpostavimo da red potencija $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-1)^k$ konvergira za $x = 3$. Što možete reći o konvergenciji redova $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ i $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k a_k$?

5. (10 bodova) Neka je $\vec{r}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ diferencijabilna vektorska funkcija te neka je s $r(t) = \|\vec{r}(t)\|$ definirana realna funkcija realne varijable. Dokažite da tada vrijedi
$$\vec{r}\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}.$$

6. (10 bodova) Postoji li funkcija $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ koja ima neprekidne parcijalne derivacije drugog reda te za koju vrijedi
$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = x\mathrm{e}^{xy} \quad \text{i} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = y\mathrm{e}^{xy}?$$
Odgovor obrazložite.

7. (10 bodova) Izvedite jednadžbu za tangencijalnu ravninu u točki $(x_0, y_0, z_0)$ na plohu $f(x,y,z) = c$.

8. (10 bodova) Skicirajte skup $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ omeđen krivuljama $xy = 4$ i $x + y = 5$. Pomoću Greenovog teorema izračunajte površinu od $\Omega$.