

## Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

**Napomene:** Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (a) (10 bodova) Izračunaj integral

$$\int_0^1 \frac{-x + \sin x}{x^2} dx$$

tako da je greška manja od  $10^{-3}$ . Za  $n$  neparan, ocjena  $n$ -tog ostatka, u razvoju u Taylorov polinom stupnja  $n$ , za funkciju  $\sin x$  je  $|R_n(x)| \leq \frac{x^{n+2}}{(n+2)!}$ .

- (b) (8 bodova) Odredi radijus konvergencije reda potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3} x^n.$$

Konvergira li dani red za  $x = 1$ ?

## Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

2. (a) (8 bodova) Za funkciju  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  zadanu s  $f(x, y) = \frac{1}{3}y^3 - x^2 - \frac{1}{2}y^2$  odredi lokalne ekstreme i njihov tip.
- (b) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

gdje je  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sin y \leq x, x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$ .

Diferencijalni i integralni račun 2  
popravni kolokvij, 15.2.2016.

3. (a) (8 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte

$$\int_c -\frac{1}{3}y^3 dx + \frac{1}{3}x^3 dy,$$

gdje je  $c$  pozitivno orijentiran rub skupa  $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y\}$ .

- (b) (8 bodova) Izračunaj

$$\iiint_T x dx dy dz,$$

gdje je  $T$  tetraedar u prvom oktantu omeđen koordinatnim ravninama te ravninom  $x + y + 2z = 4$ .

4	5	6	7	8	9

---

PROFESOR

---

JMBAG

---

IME I PREZIME

## Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

4. (7 bodova) Izračunajte sumu reda

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1}$$

za  $|x| < 1$ .

5. (9 bodova) Dokažite da funkcija

$$f(x, y) = \frac{x + y^3}{x^3 + y}$$

nema limes u  $(1, -1)$ .

6. (7 bodova) Odredite smjer u kojem funkcija  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 - y^2$  ima najveći pad u točki  $(-1, 1)$ .

7. (9 bodova) Skicirajte područje  $\Omega$  definirano uzastopnim integralima

$$\int_{-1}^1 \int_{-|x|}^{|x|} f(x, y) dy dx$$

i promijenite poredak integracije.

8. (9 bodova) Neka je  $T$  tijelo volumena

$$V = \iiint_T dx dy dz = \int_0^6 \int_z^3 \int_0^{3-x} dy dx dz.$$

Napišite formulu za volumen  $V$  u obliku

$$V = \int_{\square} \int_{\square} \int_{\square} dx dy dz.$$

9. (9 bodova) Neka funkcije  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  imaju gradijente te neka je  $C$  po dijelovima glatka krivulja. Dokažite

$$\oint_C P(x, y) dx + Q(x, y) dy = 0,$$

gdje su funkcije  $P$  i  $Q$  dane kao kao komponente funkcije  $f\nabla g + g\nabla f$  u  $x$ , odnosno  $y$  smjeru, to jest

$$f\nabla g + g\nabla f = P\vec{i} + Q\vec{j}.$$