$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova)

   (a) (10 bodova) Odredite Taylorov polinom oko 2π drugog stupnja za funkciju

   $$f(x) = \operatorname{tg}(\sin x).$$

   (b) (10 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija

   $$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n \ln n \ln(\ln n)} x^n.$$

   Konvergira li dani red za $x = 1$?

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

2. (ukupno 16 bodova)

   (a) (10 bodova) Neka je $a > 0$ proizvoljan, fiksan parametar. Odredite sve točke plohe $z = \sqrt{ax^2 + y^2}$ koje su najbliže točki $(-1, 2, 0)$ (i provjerite da je uistinu riječ o najbližim točkama).

   (b) (6 bodova) Izračunaj površinu skupa omeđenog krivuljama $x = y^2$ i $x = \frac{1}{2}y^2 + 2$.

3a	3b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

3. (ukupno 14 bodova)

   (a) (7 bodova) Izračunajte
   $$\int\int\int_A x dx dy dz$$
   gdje je $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |\ 0 \le z \le 4 - x^2 - y^2\}$.

   (b) (7 bodova) Izračunajte $\int_C (x + y^2)dx + ydy$ gdje je C pozitivno orijentiran rub kvadrata s vrhovima $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ i $(0, 1)$.

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 20.2.2017.

4. (9 bodova) Dokažite sljedeći dio Cauchyjevog kriterija za konvergenciju redova:

   Neka je $\sum a_n$ red s nenegativnim članovima te neka je $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$. Tada red $\sum a_n$ konvergira.

5. (7 bodova) Dokažite da funkcija

$$f(x,y) = \frac{x^2+y}{x+y^2}$$

   nema limes u $(-1,1)$.

6. (7 bodova) Odredite da li je sljedeća funkcija gradijent neke funkcije

$$F(x,y) = (\cos x - y\sin x)\vec{i} + \cos x\vec{j}.$$

   Ako jest gradijent, nađite sve funkcije s tim gradijentom.

7. (9 bodova) Krivulja zvana ruža opisana jednadžbom $r = 2\cos 2\theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ u polarnim koordinatama izgledom podsjeća na ružu s četiri latice. Skicirajte tu krivulju i izračunajte površinu jedne latice.

8. (9 bodova) Izračunajte volumen tijela koje se nalazi između sfera $\rho = 2\sqrt{2}\cos\phi$ i $\rho = 2$ zadanih u sferičkim koordinatama ($x = \rho\sin\phi\cos\theta$, $y = \rho\sin\phi\sin\theta$, $z = \rho\cos\phi$).

9. (9 bodova) Izračunajte $\int_C y^3dx - x^3dy$, gdje se krivulja C sastoji od kružnica radijusa 2 i 1 sa središtima u ishodištu i pozitivne orijentacije.

$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova)

   (a) (10 bodova) Odredite Taylorov polinom oko 2π drugog stupnja za funkciju

   $$f(x) = \operatorname{tg}(\cos x).$$

   (b) (10 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija

   $$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n\pi + \frac{\pi}{2})}{n \ln n} x^n.$$

   Konvergira li dani red za $x = -1$?

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

2. (ukupno 16 bodova)

   (a) (10 bodova) Neka je $a > 0$ proizvoljan, fiksan parametar. Odredite sve točke plohe $z = \sqrt{x^2 + ay^2}$ koje su najbliže točki $(1, -2, 0)$ (i provjerite da je uistinu riječ o najbližim točkama).

   (b) (6 bodova) Izračunaj površinu skupa omeđenog krivuljama $x = -y^2$ i $x = -\frac{1}{2}y^2 - 2$.

3a	3b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

Popravni kolokvij, 20.2.2017.

3. (ukupno 14 bodova)

   (a) (7 bodova) Izračunajte
   $$\int\int\int_B y dx dy dz$$
   gdje je $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 |\ x^2 + y^2 - 4 \leq z \leq 0\}$.

   (b) (7 bodova) Izračunajte $\int_C x dx + (y + x^2) dy$ gdje je C pozitivno orijentiran rub kvadrata s vrhovima $(0, 0)$, $(0, -1)$, $(-1, -1)$ i $(0, 1)$.

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 20.2.2017.

4. (9 bodova) Dokažite sljedeći dio Cauchyjevog kriterija za konvergenciju redova:

   Neka je $\sum a_n$ red s nenegativnim članovima te neka je $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$. Tada red $\sum a_n$ konvergira.

5. (7 bodova) Dokažite da funkcija

$$f(x,y) = \frac{x^2+y}{x+y^2}$$

   nema limes u $(-1,1)$.

6. (7 bodova) Odredite da li je sljedeća funkcija gradijent neke funkcije

$$F(x,y) = (\cos x - y\sin x)\vec{i} + \cos x\vec{j}.$$

   Ako jest gradijent, nađite sve funkcije s tim gradijentom.

7. (9 bodova) Krivulja zvana ruža opisana jednadžbom $r = 2\cos 2\theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ u polarnim koordinatama izgledom podsjeća na ružu s četiri latice. Skicirajte tu krivulju i izračunajte površinu jedne latice.

8. (9 bodova) Izračunajte volumen tijela koje se nalazi između sfera $\rho = 2\sqrt{2}\cos\phi$ i $\rho = 2$ zadanih u sferičkim koordinatama ($x = \rho\sin\phi\cos\theta$, $y = \rho\sin\phi\sin\theta$, $z = \rho\cos\phi$).

9. (9 bodova) Izračunajte $\int_C y^3dx - x^3dy$, gdje se krivulja C sastoji od kružnica radijusa 2 i 1 sa središtima u ishodištu i pozitivne orijentacije.