$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)
   (a) (8 bodova) Izračunajte $\cos(\frac{1}{3})$ s greškom manjom od 10^{-3}.
   (b) (8 bodova) Koristeći prikaz funkcija pomoću Taylorovog polinoma izračunajte sljedeći limes:
   $$\lim_{x\to 0+} \frac{(1-x)^2 - \cos(\sqrt{x})}{3x}$$
   Napomena: Ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2m$ za funkciju $f(x) = \cos(x)$ je $|R_{2m}(x)| \leq \frac{|x|^{2m+2}}{(2m+2)!}$, za $m \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$.

$2a$	$2b$

JMBAG IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(3n+1)\ln n}$ i $\sum_{n=1}^{\infty} 2n \cdot e^{-4n^2}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3x)^n}{(3n+2)(2n+5)}$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

3. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu

   $$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 3$$

   u točki (1,1,1).

   (b) (8 bodova) Odredite presjek ravnine iz (a) dijela zadatka i tangencijalne ravnine na jediničnu sferu u $\mathbb{R}^3$ u točki $(0, 0, 1)$.

4	5	6	7	8

JMBAG IME I PREZIME PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

4. (10 bodova) Odredite za koje $p \in \mathbb{R}$ red

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^p}$$

konvergira.

5. (10 bodova) Razvijte funkciju $f(x) = \cos^2 x$ u Taylorov red oko π.

6. (10 bodova) Da li funkcija

$$f(x, y) = \frac{x^2 y + x}{x^4 + y^2 + 2y + 1}$$

ima limes u $(0, -1)$? Odgovor obrazložite.

7. (10 bodova) Postoji li funkcija $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ koja je neprekidna svugdje i ima neprekidne druge parcijalne derivacije takva da je $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = xy$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = xy$? Odgovor obrazložite primjerom takve funkcije ili dokazom da takva funkcija ne postoji.

8. (10 bodova) Dana je funkcija $f(x, y, z) = x^2 \cos(yz)$. Nađite jednadžbu nivo-plohe grafa funkcije f koja prolazi točkom $T(1, \pi, -1)$.

$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)
   (a) (8 bodova) Izračunajte $\sin(\frac{1}{2})$ s greškom manjom od 10^{-3}.
   (b) (8 bodova) Koristeći prikaz funkcija pomoću Taylorovog polinoma izračunajte sljedeći limes:
   $$\lim_{x\to 0+} \frac{x - \sqrt{x}\sin(\sqrt{x})}{x^2}$$
   Napomena: Ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2m-1$ za funkciju $f(x) = \sin(x)$ je $|R_{2m-1}(x)| \leq \frac{|x|^{2m+1}}{(2m+1)!}$, za $m \in \mathbb{N}$, $x \in \mathbb{R}$.

$2a$	$2b$

JMBAG ______ IME I PREZIME ______

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(2n+5)\ln n}$ i $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 3n \cdot e^{-9n^2}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2x)^n}{(2n+7)(3n+1)}$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

3. (ukupno 16 bodova)

(a) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 3$$

u točki (1,1,1).

(b) (8 bodova) Odredite presjek ravnine iz (a) dijela zadatka i tangencijalne ravnine na jediničnu sferu u $\mathbb{R}^3$ u točki $(0, 1, 0)$.

4	5	6	7	8

JMBAG | IME I PREZIME | PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 26.11.2018.

4. (10 bodova) Odredite za koje $p \in \mathbb{R}$ red
$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\ln k}{k^p}$$
konvergira.

5. (10 bodova) Razvijte funkciju $f(x) = \sin^2 x$ u Taylorov red oko $\frac{\pi}{2}$.

6. (10 bodova) Da li funkcija
$$f(x, y) = \frac{xy + y^3 + 2}{x^2 + y^2 - 2}$$
ima limes u $(1, -1)$? Odgovor obrazložite.

7. (10 bodova) Postoji li funkcija $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ koja je neprekidna svugdje i ima neprekidne druge parcijalne derivacije takva da je $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = x + y$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = y - x$? Odgovor obrazložite primjerom takve funkcije ili dokazom da takva funkcija ne postoji.

8. (10 bodova) Dana je funkcija $f(x, y) = (y^2+1)\mathrm{e}^x$. Nađite jednadžbu nivo-krivulje grafa funkcije f koja prolazi točkom $T(\ln 2, 1)$.