

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 21. siječnja 2013.

Zadatak 1 (*12=5+7 bodova*)

(a) Odredite prirodno područje definicije funkcije zadane formulom

$$e^{\frac{1}{x^2-1}} \sqrt{\arccos \frac{x-1}{x+2}}.$$

(b) Neka je $f(x) = \frac{2\log_2 x + 1}{1 - \log_2 x}$.(b1) Odredite $f([1, 2))$.(b2) Je li funkcija f injekcija na intervalu $[1, 2)$? Obrazložite odgovor.(b3) Odredite $f^{-1}(\langle -3, -\frac{17}{7} \rangle)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 21. siječnja 2013.

Zadatak 2 ($13=5+6+2$ bodova)

(a) Odredite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{10^n}$ (ako postoji), gdje je niz (a_n) zadan rekurzivno

$$a_{n+1} = a_1 + a_2 + \dots + a_n, \quad a_1 = 1.$$

(b) Odredite limes rekurzivno zadanog niza

$$b_{n+1} = \frac{1}{b_n} - 1, \quad b_1 = 2.$$

(c) Nađite četiri različita $b_1 \in \mathbb{R}$ za koje niz

$$b_{n+1} = \frac{1}{b_n} - 1$$

nije dobro definiran.

MATEMATIČKA ANALIZA 1
popravni kolokvij - 21. siječnja 2013.

Zadatak 3 (*13 bodova*)

Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{m^2n + mn^2}{(3m - 2n)^3} : m, n \in \mathbb{N}, 3m > 2n \right\}.$$

Sve tvrdnje detaljno obrazložite.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 21. siječnja 2013.

Zadatak 4 ($12=2+5+5$ bodova)

(a) Ako je $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1000$, koliko je $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\sqrt[3]{f(-x^{-3})} + 2f(-\sqrt[3]{x}) - 3x \right)$?

Bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila izračunajte:

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x)^2 - \cos(x^2)}{1 - \cos x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2^x + 2}{3^x + 1} \right)^{\frac{1}{\ln x}}.$