

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 16. studenog 2020.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena na web-stranici kolegija.
- Rezultati će biti objavljeni do ponedjeljka, 23. studenog 2020. na web-stranici kolegija.

Zadatak 1. Neka je

$$f(x) = |\cos^2 x + 3 \sin x - 3|.$$

- (a) (3 boda) Odredite najveći interval $I \subset \mathbf{R}$ koji sadrži $\frac{\pi}{2}$ na kojem je funkcija f strogo rastuća, te odredite $f(I)$.
- (b) (3 boda) Odredite inverz funkcije $f: I \rightarrow f(I)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 16. studenog 2020.

Zadatak 2.

- (a) (3 boda) Neka su h i g dvije funkcije dane pravilima pridruživanja

$$h(x) = 4 \left(\frac{4 \operatorname{arctg} x}{\pi} - 3 \right) \left(\frac{4 \operatorname{arctg} x}{\pi} - 1 \right)$$

i

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|5x|}{x} & \text{za } x \leq -2, \\ \lfloor x \rfloor & \text{za } x > -2. \end{cases}$$

Definirajmo funkciju f kao $f = g \circ h$. Odredite $\mathcal{R}(f)$.

- (b) (4 boda) Neka je dana funkcija f pravilom pridruživanja

$$f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}.$$

Odredite $f^{-1}(\langle -2, -\frac{5}{3} \rangle)$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 16. studenog 2020.

Zadatak 3.

- (a) (4 boda) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \arcsin \left(1 + \sqrt{[\log_7(x^2 + x - 5)]} \right).$$

- (b) (2 boda) Pronađite neku funkciju g čija je prirodna domena skup $\langle 0, +\infty \rangle \setminus \{2020^n : n \in \mathbf{Z}\}$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

Prvi kolokvij – 16. studenog 2020.

Zadatak 4.

- (a) (1 bod) Postoji li injekcija $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ takva da je i funkcija $f \circ \cos$ injekcija?
- (b) (2 boda) Postoji li injekcija $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ takva da je i funkcija $\cos \circ g$ injekcija?
- (c) (3 boda) Neka su $f_1, \dots, f_k: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ periodične funkcije kojima su periodi redom τ_1, \dots, τ_k . Ako vrijedi da je za sve i, j omjer τ_i/τ_j racionalan, dokažite da je i funkcija $f_1 + \dots + f_k$ periodična.