

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prvi kolokvij – 27. travnja 2021.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule koje će student dobiti zajedno s kolokvijem.
- Rješenja će biti objavljena na web-stranici kolegija.

Zadatak 1.

- (a) (4 boda) Neka je $f(x) = (\arccos x)^2$. Odredite sve $n \in \mathbf{N}$ za koje je $f^{(n)}(0) \in \{k\pi : k \in \mathbf{Z}\}$.
- (b) (3 boda) Neka je $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ konveksna i $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ rastuća konveksna funkcija. Jesu li funkcije $f \cdot g$ i $g \circ f$ također konveksne funkcije? Svoje tvrdnje dokažite (za 1 bod na zadatku možete pretpostaviti da su funkcije f i g dva puta diferencijabilne).

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prvi kolokvij – 27. travnja 2021.

Zadatak 2. (6 bodova) Odredite sve $a, b \in \mathbf{R}$ za koje je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^2 \ln(\operatorname{ctg}(1-x)), & x \in \langle 0, 1 \rangle, \\ ax^2 + bx + 1, & x \geq 1, \end{cases}$$

klase C^1 na $\langle 0, +\infty \rangle$.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prvi kolokvij – 27. travnja 2021.

Zadatak 3. (7 bodova) Odredite prirodnu domenu i nultočke, intervale monotonosti, lokalne ekstreme, intervale konveksnosti i konkavnosti, točke infleksije, sve asimptote funkcije

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

te skicirajte njen graf.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prvi kolokvij – 27. travnja 2021.

Zadatak 4.

(a) (2 boda) Neka je $f: \mathbf{R} \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$ diferencijabilna funkcija. Dokažite da je

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \delta x)}{f(x)} \right)^{1/\delta} = e^{xf'(x)/f(x)}.$$

(b) (3 boda) Odredite sve brojeve $n \in \mathbf{N}$ i $t \in \langle 0, +\infty \rangle$ takve da je $n < t$ i $n^t = t^n$.