

# Prostorno strukturiranje svjetlosti pomoću svjetlosnog modulatora i orbitalni angularni moment fotona

Bruno Babić

Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Bijenička 32, Zagreb

Mentor: dr. sc. Hrvoje Skenderović

Institut za fiziku, Bijenička 46, Zagreb

(Dated: 1. siječnja 2022.)

U ovom radu bavimo se problematikom generiranja i detekcije posebne vrste svjetlosti koja posjeduje orbitalni angularni moment tzv. vorteks zraka. U svrhu generiranja zraka korišten je proces prostornog strukturiranja Svjetlosti pomoću *SLM* uređaja na čije je korištenje usmjerena posebna pažnja.

## I. UVOD

### I.1. Vorteks zrake i angularni moment svjetlosti

Svima je poznato da svjetlost prenosi gustoću linearnog momenta  $P$  koji se za klasičnu zraku može lako izračunati formulom:

$$\vec{P} = \epsilon_o(\vec{E} \times \vec{B})$$

Iako malen ovaj doprinos se mora uzeti u obzir primjerice kod izračuna korekcije na putanje satelita i letjelica, jer bi sateliti u protivnom promašili željena odredišta. Možemo si postaviti pitanje postoji li možda i orbitalni angularni moment svjetlosti?

Na to pitanje 1992 godine L. Allen<sup>1</sup> daje odgovor hipotetizirajući postojanje orbitalnog angularnog momenta (*OAM*) u tzv. vorteks zrakama. Kako bi odredili angularni moment svjetlosti primjenjujemo formulu:

$$\vec{J} = \epsilon_o\vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B})$$

što preciznim računom za vorteks zrake upućuje na to da takva zraka osim linearnog momenta i spinskog angularnog momenta mora posjedovati i orbitalni s prosječnom vrijednosti  $l\hbar$  po fotonu, ali za razliku od spina,  $l$  može poprimiti bilo koju cjelobrojnu vrijednost.

Način na koji možemo doći do izgleda tih zraka iz valne jednadžbe je korištenjem paraksijalne aproksimacije<sup>2</sup>:

$$\vec{E}(\vec{r}) = U(\vec{r})\exp(i\omega t)\exp(ikz)$$

Ova aproksimacija je valjana ako se envelope zrake sporo mijenja u odnosu na valnu duljinu, tj. paraksijalni valovi su tako reći oni koji propagiraju usko oko

optičke osi. Uvrstimo li ovu pretpostavku u valnu jednadžbu dobivamo:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + 2ik\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)U = 0$$

Izraz  $\nabla_{\perp}^2$  predstavlja 2D laplasijan okomit na smjer propagacije ( $z$ -os),  $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ . Posljednji član je zanemariv po pretpostavci paraksijalnosti pa konačno dobivamo jednadžbu:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + 2ik\frac{\partial}{\partial z}\right)U = 0$$

Vorteks zrake ili preciznije Laguerre-Gaussian svjetlosni modovi koji nas zanimaju u ovom radu potpuni su skup rješenja na paraksijalnu Helmholtzovu jednadžbu u cilindričnim koordinatama. Potpuni oblik *LG* modova dan je sa:

$$U_{pl}(r, \phi, z) = C_{pl} \frac{w_0}{w(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right]^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left[-\frac{r^2}{w(z)^2}\right] \times \exp\left[\frac{-ikzr^2}{2(z^2 + z_o^2)} + i(2p + l + 1)\xi(z)\right] \exp(-il\phi)$$

gdje su funkcije  $w$  i  $\xi$  dane preko Rayleighovog doseg  $z_o$ :

$$w(z) = \sqrt{\frac{\lambda z_o}{\pi} \left[1 + \left(\frac{z}{z_o}\right)^2\right]}, \quad \xi(z) = tg^{-1}\left(\frac{z}{z_o}\right)$$

Koristeći formulu za  $U_{LG}$  i definicije momenata elektromagnetnog polja danih gore možemo konačno izračunati gustoće linearnog  $\vec{P}$  i orbitalnog angularnog momenta  $\vec{L}$  za linearno polariziranu svjetlost.

$$\vec{P} = \frac{1}{c} \left[ \frac{rz}{z^2 + z_o^2} \hat{r} + \frac{l}{kr} \hat{\phi} + \hat{z} \right] |U|^2$$

Iz ovog izraza možemo vidjeti da se moment  $\vec{P}$  uvija oko osi propagacije.  $r$  komponenta govori nam o širenju zrake,  $\phi$  će nam dati angularni moment a  $z$  komponenta odgovara  $z$  komponenti linearnog momenta. Ono što nas više zanima jest *OAM* takve svjetlosti koji slično kao iznad možemo izračunati:

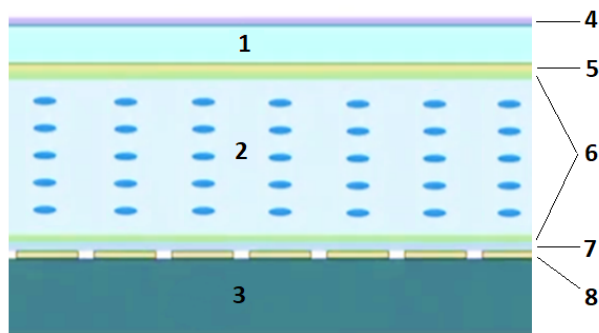
$$\vec{L} = |U|^2 \left[ -\frac{lz}{\omega r} \hat{r} + \frac{r}{c} \left( \frac{z^2}{z^2 + z_0^2} - 1 \right) \hat{\phi} + \frac{l}{\omega} \hat{z} \right]$$

integracijom po profilu zrake otpadaju azimutalna i radijalna komponenta zbog simetrije. Omjer  $z$  komponente angularnog momenta i energije dan je sa:  $L_z/cP_z = l/\omega$ . iz ovoga vidimo da će svjetlost imati dobro definiran angularni moment. Ako izrazimo energiju preko frekvencije svjetlosti  $cP_z = n\hbar\omega$  dolazimo do izraza za orbitalni angularni moment koji je prethodno najavljen:

$$L_z = \frac{l}{\omega} cP_z = nl\hbar$$

Isto se može napraviti za općenitu polarizaciju svjetlosti pa je u tom slučaju potrebno dodati i spin  $\sigma = \pm 1$ .

U desetljeću koje slijedi Allenovo otkriće, intenzivno se proučavaju svojstva vorteks zraka i njihove moguće primjene. Kako ovi modovi tvore pot-



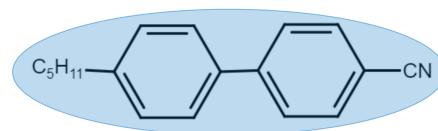
Slika 1. prikazuje presjek *SLM* uređaja. 1-staklo; 2-tekući kristali; 3-baza od silicija; 4-antirefleksivna pre-svlaka; 5-transparentna elektroda; 6-sloj za poravnanje; 7-dielektrično zrcalo; 8-pikselizirana elektroda

pun skup ortogonalnih stanja mogu se koristiti kod kondenziranja informacija koje se prenose optičkim kablovima umjesto normalnog svjetlosnog signala, dakle prijenos bi u isto vrijeme sadržavao puno LG modova umjesto samo jednog, a prijemnik onda može lako napraviti dekompoziciju. Stvar koja se također puno istražuje i za koju je dobivena i Nobelova nagrada jest tzv. optička pinceta (optical twe-

ezers) koja omogućuje precizno manipuliranje izuzetno malim objektima poput jednostaničnih organizama pa čak i molekula. Normalnom Gaussovom zrakom možemo pomicati te male predmete no ne možemo ih rotirati dok s vorteks zrakama taj problem rješava njihov *OAM*. Postoje razni načini<sup>9</sup> na koje možemo dobiti vorteks zrake. Propuštanje zrake kroz komad transparentnog materijala u obliku spirale (*SSP* - spiral phase plate) dodaje zakašnjenje na različitim dijelovima zrake pa pri izlasku zraka dobiva vorteks. Isto možemo postići propuštanjem zrake kroz posebno dizajnirani hologram na komadu filma. Sve ove metode zahtijevaju pripremu, i ne mogu se adaptirati u realnom vremenu. Najmodernija metoda koristi prostorni svjetlosni modulator tzv. *SLM* s kojim možemo pomoću računala mijenjati strukturu svjetlosti gotovo trenutno, te se sam uređaj može readaptirati na svaku situaciju u kojoj se zatekne, upravo zbog ovih svojstva ga koristimo pri generiranju vorteks svjetlosti u eksperimentu.

## I.2. Svjetlosni modulatori

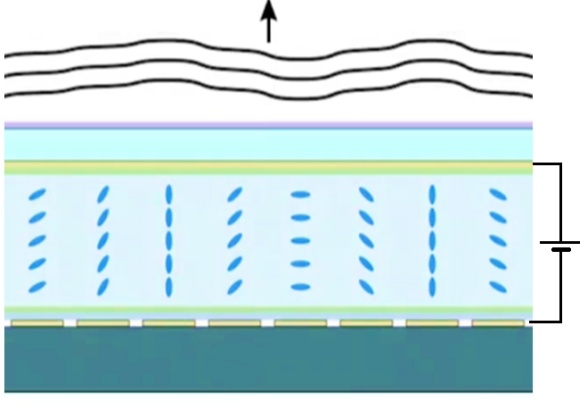
Spatial light modulator odnosno *SLM* je uređaj pomoću kojega se manipulira prostornim profilom svjetlosnog snopa. Ima vrlo široku primjenu kako u industriji tako i u znanosti jer može proizvoditi svjetlost raznih profila uključujući i vorteks zrake. temeljni princip *SLM* uređaja kojim se



Slika 2. prikazuje tipičnu strukturu i linearni oblik jedne molekule koja tvori tekući kristal sa slike 1.

postizaje prostorna modulacija svjetlosnog snopa u većini slučajeva jest pomoću mijenjanja dielektrične funkcije materijala kroz kojeg upadna zraka prolazi. Na slici 1 možemo vidjeti pojednostavljenu shemu jednog takvog uređaja. Materijal koji se koristi u svrhu modulacije uglavnom je na bazi tekućih kristala, specifične molekule<sup>3,4</sup> o kojima se radi mogu se razlikovati po strukturi no uglavnom se radi o linearno izduženim organskim molekulama kao na slici 2.

Kada je uređaj ugašen Tekući kristali *LC* se tjeraju u pravilno poravnanje za što su zaslužni alignment



Slika 3. vizualnu reprezentaciju procesa modulacije upadnih ravnih valova

slojevi. S jedne strane nalazi se transparentna elektroda koja omogućava prolazak svjetlosti do medija tekućih kristala, dok se s druge strane nalazi pikselizirana elektroda kojom možemo mijenjati prostornu distribuciju električnog polja u mediju.

Kao što se vidi na slici 3 uključivanjem napona na elektrodama generiramo električno polje koje preko dipolne interakcije mijenja orijentaciju molekula u prostoru i s njom dielektričnu funkciju. Na primjeru sa slike 3 upadna ravna valna fronta deformira se prolazeći kroz  $LC$  sloj, jer svjetlost prolazi brže kroz prostore s vertikalnom orijentacijom molekula a sporije kada su one horizontalno orijentirane. Očito je da će  $SLM$  različito utjecati na različite polarizacije, tako indeks loma polarizacije koja je okomita na orijentaciju molekula se neće mijenjati (o-ordinary), a ona koja je u smjeru molekula (e-extraordinary) mijenja se, te se može opisati preko jednostavne relacije:

$$\frac{1}{n_e(\theta)^2} = \left(\frac{\sin(\theta)}{n_o}\right)^2 + \left(\frac{\cos(\theta)}{n_e}\right)^2$$

Ovisnost o naponu je uvrštena preko kuta  $\theta(U)$ , Djelovanje SLM-a najlakše se vidi kroz promjenu u fazi koju svjetlost dobiva prolaskom kroz sloj  $LC-a$ . Primjenom Jonesove formulacije<sup>5</sup> možemo lako opisati ponašanje u ovakvoj interakciji. Efektivno svaki piksel se ponaša kao mali fazni retarder, u Jonesovoj notaciji takav objekt odgovara matrici:

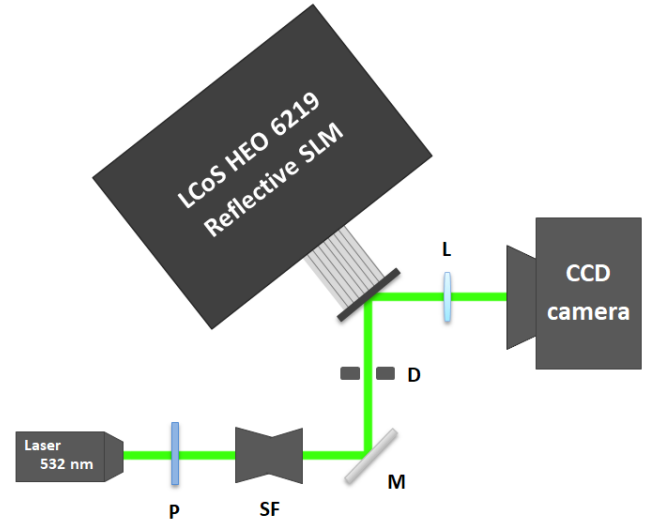
$$M = \exp(i\phi_o) \begin{pmatrix} \exp(i(\phi_e - \phi_o)) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gdje  $\phi$  predstavlja pomak u fazi električnog polja za  $e$  i  $o$  smjerove i može se izračunati preko debljine  $d$

i valnog vektora  $k = 2\pi/\lambda$  kao  $\phi_o = dkn_o$ . Kada s ovom matricom djelujemo na električno polje dobivamo električno polje svjetlosti koja napušta  $SLM$ :

$$ME = M(E_o\hat{o} + E_e\hat{e}) = \begin{pmatrix} E_e \exp(i(\phi_e - \phi_o)) \\ E_o \end{pmatrix}$$

Kao što je ranija najavljeno, vidimo da se prilikom prolaska kroz sloj  $LC-a$  pojavila faza no samo za paralelnu komponentu električnog polja  $\Delta\phi(U) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d$ , dakle kada koristimo  $SLM$  bitno je da upadna zraka bude pravilno polarizirana. Ovaj proces nam omogućuje da s primjenom napona proizvoljno mijenjamo lokalnu fazu svjetlosti. Da dobijemo željeni efekt moramo generirati odgovarajuću transfer funkciju koju zatim iz računala šaljemo na  $SLM$ . Postoje mnoge različite funkcije koje možemo primijeniti kako bismo generirali, pomicali pa čak i fokusirali izlaznu zraku svjetlosti.

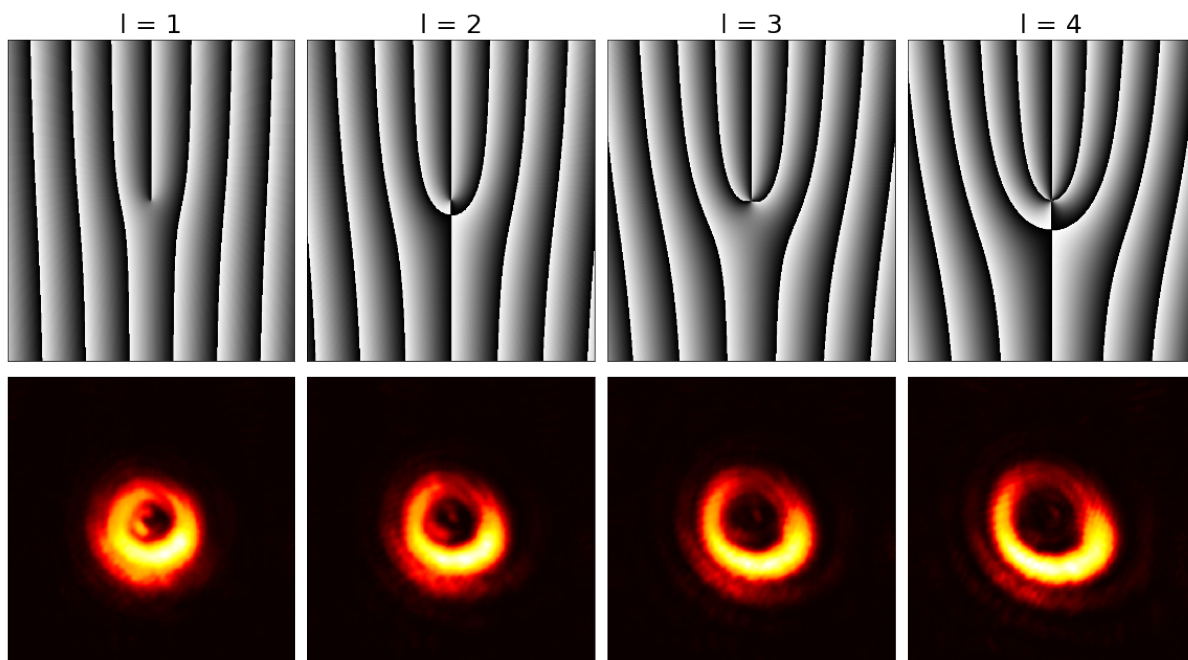


Slika 4. prikazuje shematski prikaz eksperimentalnog postava korištenog za prostorno modeliranje svjetlosti pomoću SLM-a, te generiranje vorteks zraka

## II. EKSPERIMENTALNO GENERIRANJE VORTEKS ZRAKA

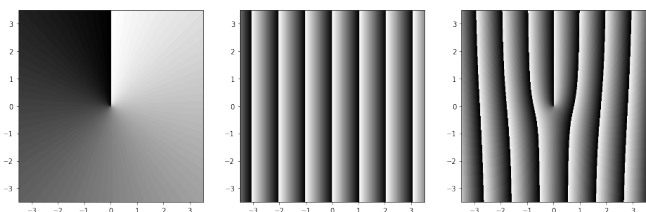
Kako je najavljeno za generiranje vortex zraka koristit ćemo  $SLM$  uređaj, a za izvor koherentne monokromatske svjetlosti koristimo zeleni (532 nm) 50 mW-ni laser. shema eksperimentalnog postava kojeg koristimo dana je na slici 4.

Svjetlost iz lasera se najprije šalje kroz polarizator (P) kako bi bili sigurni da je zraka pravilno polarizirana sukladno s poravnanjem  $LC$  sloja kao što



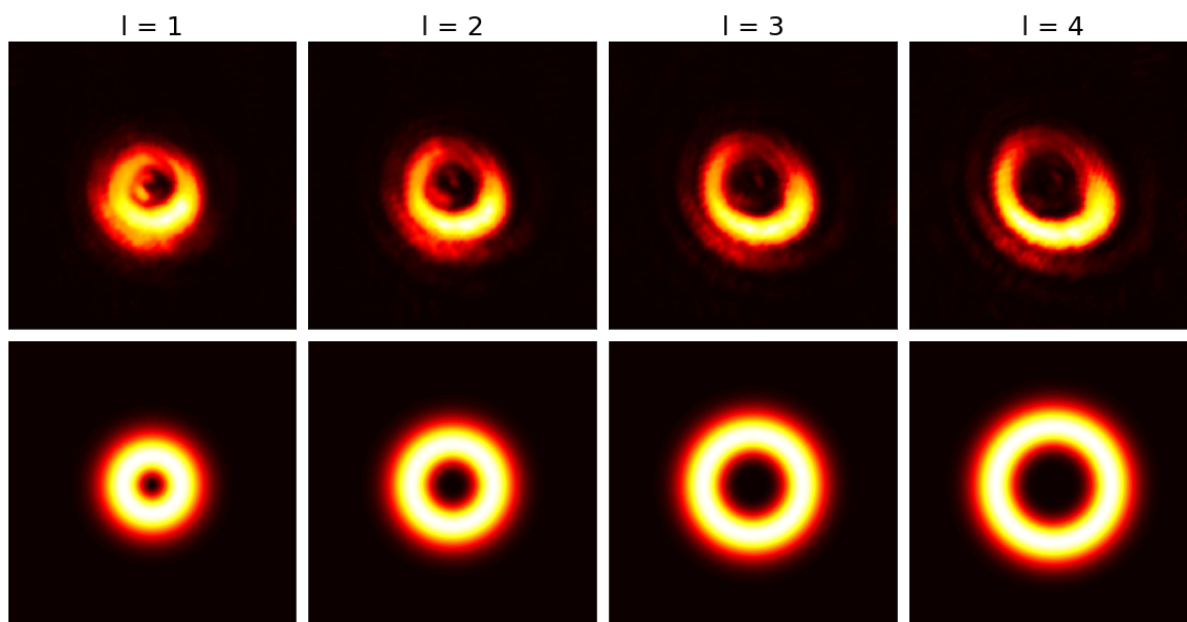
Slika 5. prikazuje transfer funkcije i pripadne profile vorteks zraka dobivenih u eksperimentu za  $l=1\dots 4$

je diskutirano u uvodu. Zraka potom prolazi kroz prostorni filter (spatial filtering SF) čija je uloga ispraviti profil zrake i ukloniti sve distorzije na zraci koja u njega ulazi. Takvu pročišćenu zraku preusmjeravamo do *SLM* uređaja. Upadna zraka reflektira se na *SLM* – *u* i sakuplja lećom na *CCD* kameri koja bilježi intenzitet prostorno modelirane zrake iz *SLM* – *a* i šalje sliku na računalo. Vrlo bitna stvar u postavu je osigurati savršeno poravnanje upadne zrake s centrom *SLM* – *a*, jer u protivnom ako zraka ne pada na fazni singularitet u centru, nećemo moći generirati željenu svjetlost. *SLM* je kalibriran korištenjem jednostavne fazne rampe koja translata reflektiranu zraku, te se mjerenjem translacije zrake potom uspostavlja kalibracija uređaja. Nakon što je sve postavljeno i poravnato započinjemo mjerenje. Promotrimo li pažljivo izraz za LG modove paraksijalne Helmholtzove jednačbe možemo vidjeti dio faze koja ne ovisi o  $z$ :  $\exp(-il\phi)$ . Ova je faza odgovorna za pojavu orbitalnog angularnog momenta te upravo nju generiramo u 8-bitnom grayscale formatu u rezoluciji *SLM* – *a* te je potom šaljemo iz računala na *SLM* pazeći pritom da *SLM* korišten u ovom eksperimentu prima vrijednosti faze iz intervala  $(0 - 2\pi)$ . Iako se na *SLM* postavlja antirefektirajući sloj kako bi minimizirali svjetlost koja se reflektira i ne interagira sa *SLM* – *om*, taj proces je i dalje prisutan. Ovisno



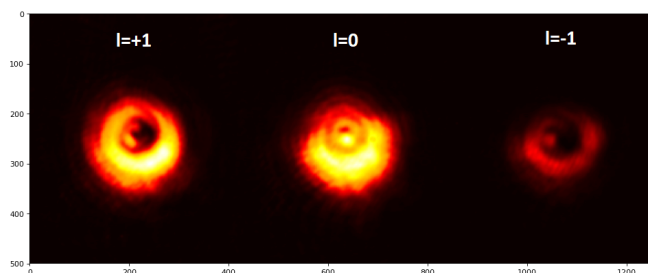
Slika 6. prikazuje transfer funkcije koje se šalju na *SLM*. slike redom odgovaraju fazama:  $l\phi$ , fazna rampa  $2\pi Gx$ ,  $l\phi + 2\pi Gx$

o modelu udio reflektirane svjetlosti može biti i do 20% zbog čega dolazi do zagađenja vorteks zrake s normalnim Gausovim modom. Korištenjem samo ove faze ne možemo dobiti sliku koju bismo željeli. Ovaj problem rješavamo dodavanjem dodatne faze na postojeću (slika 6). Zbog tog dodanog člana zraka se razloži na konstituente te u prvom redu dobivamo traženi vorteks, a u nultome zaostaje Gaussov mod što se može vidjeti na slici 8. Postoji nekoliko različitih vrsta transfer funkcija koje možemo koristiti u ovu svrhu, razlikuju se u tome što one različito utječu na omjere intenziteta između redova. U ovom radu korištena je tzv. fazna rampa (*phase ramp* ili *blazed grating*) koja ima prednost da skoro svu snagu preusmjerava u željeni prvi red. taj utjecaj možemo vidjeti na slici 8, ako pogledamo prve redove možemo vidjeti da je značajni dio



Slika 7. usporedba profila vorteks zraka dobivenih u eksperimentu(gore) i simulacije(dolje) za  $l = 1...4$

snage otišao u lijevi vorteks. Dodatno po potrebi

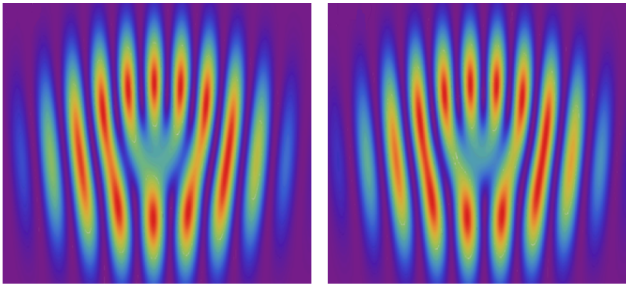


Slika 8. prikazuje snimljenu svjetlost dobivenu nakon davanja fazne rešetke ( $2\pi Gx$ )

možemo dodati i transfer funkciju za fokusiranje kako bi dobili bolju sliku. Na slici 5 možemo vidjeti eksperimentalno generirane zrake koje smo dobili i pripadne transfer funkcije. Kvaliteta zrake dosta pada povećanjem angularnog momenta  $l$  tako da su prikazane samo do  $l = 4$ . Te distorzije je vrlo teško ukloniti jer s većim  $l$  raste osjetljivost na poravnanje zrake. Za zrake sa slike 7 lako je uočiti kako radijus zraka raste s većim angularnim momentom  $l$  što i očekujemo, naime teorija predviđa da radijus raste sa  $r \propto \sqrt{l}$ . Za usporedbu napravljena je simulacija u Pythonu (slika 7) koja pokazuje teorijski predviđene profile zraka. Kao što se može primijetiti dobivene zrake, unatoč deformaciji koja je uzrokovana nesavršenim poravnanjem optičkog postava i CCD kamere, dobro odgovaraju simulaciji. Također

možemo primijetiti kako dobivene zrake imaju blijede sekundarne i tercijarne prstenove koje ne vidimo u simulacijama. Isprva bismo taj efekt mogli pripisati opremi, no daljnjim proučavanjem literature ispostavlja se da su dodatni prstenovi rezultat zanemarivanja faze koja je ovisna o  $r$  i  $z$ , samim time dolazi do slabih primjesa drugih zraka na željenu. Ovaj efekt moguće je izbjeći ako se koristi fazno-amplitudna modulacija, no za naše potrebe zrake dobivene na ovaj način dovoljno su kvalitetne.

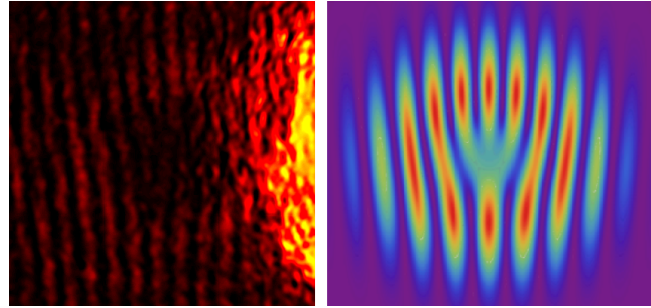
Nakon što su uspješno generirani potrebno je dokazati da je stvarno riječ o optičkim vorteksima a ne samo o deformiranoj zruci svjetlosti u tu svrhu postavljamo drugo pitanje, koja je priroda tamnog područja u sredini zrake? Naime tamno područje u sredini nije uzrokovano destruktivnom interferencijom nego je preslika faznog singulariteta (slika 5 i 6). Inspirirani time koristimo interferenciju generirane zrake i referentne Gaussove zrake kao dokaz njene prirode. Inače se u praksi moraju koristiti puno kompleksnije verzije interferencijske metode jer želimo rekonstruirati fazu a svi instrumenti koje koristimo mogu vidjeti samo intenzitet svjetlosti. Ako smo u našem eksperimentu dobili tamnu točku u centru samo kao rezultat destruktivne interferencije ravnih valova očekujemo običnu sliku interferencijskih pruga dok u suprotnom očekujemo interferencijsku sliku koja nalikuje rašljama, gdje



Slika 9. prikazuje tipove teorijski predviđanih fork-shaped interferencijskih pruga koje su dobivene za interferenciju  $l=0$ (gauss) i  $l=2$ (vorteks) modova, preuzeto iz<sup>6</sup>

neke pruge nemaju nastavak kao na transfer funkcijama (*fork-shaped fringes* slika 9). Kako bi dobili interferenciju zraku, beam spliterom dijelimo zraku svjetla netom prije dolaska do *SLM* – *a* i zrcalom kombiniramo zrake na kameri. Ovim postupkom dokazali smo da zrake generirane u ovom eksperimentu zaista posjeduju željeni angularni moment. Za primjer dobivenih interferencijskih uzoraka uzet je mod  $l = 2$  (slika 10) jer je najvidljiviji lom interferencijske pruge što je predviđeno. Problem ove metode jest taj da se lom događa u tamnijem području zrake pa je samim time teže vidljiv i kao takav nije optimalan za identifikaciju zraka gdje bi morali biti u mogućnosti prebrojati cijepanje pruga. Na ovaj konceptualno jednostavan način moguće je dokazati radi li se doista o vorteks zrakama ili ne, tj. posjeduje li svjetlost orbitalni angularni moment. Sve rezultate dobivene u ovom eksperimentu moguće je značajnije poboljšati upotrebom jačeg *SLM* uređaja s boljom rezolucijom koji posjeduje mogućnost amplitudne modulacije, te boljom kon-

trolom kvalitete i poravnanja ulazne i izlazne zrake.



Slika 10. prikazuje interferencijski uzorak dobiven interferencijom  $l=0$  i  $l=2$  moda

### III. ZAKLJUČAK

Kroz ovaj rad upoznali smo posebnu vrstu svjetlosnih zraka koje uz svoj linearni i spinski angularni moment nositelji su i orbitalnog angularnog momenta (*OAM*). Pokazano je kako se one mogu prirodno dobiti iz paraksijalne Helmholtzove jednadžbe kao potpuni skup rješenja u cilindričnom sustavu tzv. Vorteks zrake. Iznijeli smo osnovne koncepte rada prostornog svjetlosnog modulatora (*SLM* – *a*) i procesa modulacije svjetlosti. Potom smo pomoću tog procesa svjetlosne modulacije eksperimentalno generirali prve četiri vorteks zrake s ne iščezavajućim orbitalnim momenta, te pritom promatrali kako pojedini dodatci na transferne funkcije utječu na rezultatnu zraku. Kako bi dokazali da se radi o vorteks zrakama provjerili smo sadrži li interferencijska slika,  $l = 2$  zrake i referentne  $l = 0$  zrake, "fork shape" deformacije koje upućuju na fazni singularitet.

<sup>1</sup> Allen, L. and Beijersbergen, M. W. and Spreeuw, R. J. C. and Woerdman, J. P.: *Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes*, Phys. Rev. A, <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.8185>

<sup>2</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Helmholtz_equation)

<sup>3</sup> Dr. Sally E. Day, *Liquid Crystal Devices* <https://slidetodoc.com/liquid-crystal-devices-dr-sally-e-day-s/>

<sup>4</sup> M Hird, P.J. Collings, *Introduction to Liquid Crystals: Chemistry and Physics*, 1997.

<sup>5</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Jones\\_calculus](https://en.wikipedia.org/wiki/Jones_calculus)

<sup>6</sup> Jingbo Ma, Peng Li, Ziheng Zhou, and Yuzong Gu: *Characteristics of fork-shaped fringes formed by off-*

*axis interference of two vortex beams*, J. Opt. Soc. Am. A 38, 115-123 (2021) <https://www.osapublishing.org/josaa/abstract.cfm?uri=josaa-38-1-115>

<sup>7</sup> C. Rosales-Guzmán, A. Forbes, *How to Shape Light with Spatial Light Modulators*, 2017

<sup>8</sup> A. Forbes, *Laser Beam Propagation Generation and Propagation of Customized Light*, 1st Edition 2014.

<sup>9</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Optical\\_vortex](https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_vortex)

<sup>10</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Nd:YAG\\_laser](https://en.wikipedia.org/wiki/Nd:YAG_laser)

<sup>11</sup> <https://www.rp-photonics.com/>