

Jednopoljna inflacija i računanje ograničenja pomoću BOSS galaktičkog pregleda

Ivan Sladoljev* and

mentor: dr.sc. Zvonimir Vlah†

*Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet,
Bijenička 32, Zagreb*

(Dated: 22. siječnja 2023.)

U ovom seminaru opisujemo teoriju jednopoljne inflacije svemira te računamo ograničenja na nelinearne parametre teorije, f_{NL}^{equil} i f_{NL}^{ortho} , globalnom prilagodbom na izmjerene podatke. Korištenjem podataka iz BOSS galaktičkog pregleda prvenstveno određujemo linearni spektar snage galaktičke materije. Također računamo jednopetljane korekcije spektra koje dolaze iz proširenja klasične teorije pomoću efektivne teorije polja. Konačno, na izračunati spektar prilagodavamo nelinearne parametre koristeći Monte Carlo Markovljeve lance (MCMC), kojima variramo tražene nelinearne parametre unutar zadanih intervala. Također variramo i ostale parametre teorije kako bi odredili koje vrijednosti f_{NL}^{equil} i f_{NL}^{ortho} najbolje pašu mjerenjima. Kao rezultat ukupne analize dobivamo $f_{NL}^{equil} = 257_{-300}^{+300}$ i $f_{NL}^{ortho} = -23_{-120}^{+120}$ na 68% CL.

I. UVOD

Nastanak i evolucija ranog svemira jedno je od glavnih područja proučavanja moderne kozmologije i astrofizike. Promatrajući zakone fizike kojima se rani svemir vodio, možemo saznati bitne informacije o ponašanju i dinamici današnjeg svemira. Veliki problem u razmatranju i opisu najranijih etapa našeg svemira predstavlja nedostatak fizikalnih dokaza. No iako su procesi koji su vladali prvim minutama našeg svemira davno prestali, još i danas možemo vidjeti neke relikte tog vremena (primjerice proučavajući kozmičko pozadinsko zračenje ili distribuciju galaksija u svemiru).

U ovom seminaru bavit ćemo se inflacijom, tj. naglom i ubrzanom ekspanzijom ranog svemira nedugo nakon Velikog praska. Teorija inflacije bitna je za razvoj kozmologije jer objašnjava mnoge pojave u današnjem svemiru, poput prostorne nezakrivljenosti te homogenosti udaljenih djelova svemira [25]. U poglavlju II bavit ćemo se standardnim prikazom jednopoljne inflacije te ćemo ju u poglavlju III teoretski proširiti koristeći efektivnu teoriju polja. U poglavlju IV komentirat ćemo podatke koje koristimo za našu analizu, dok u poglavlju V opisujemo obradu tih podataka. Konačni rezultati naših mjerenja te ograničenja nelinearnih parametara inflacije prikazani su u poglavlju VI.

II. JEDNOPOLJNA INFLACIJA

Najjednostavniji modeli inflacije prikazuju dinamiku evolucije svemira pomoću jednog skalarnog polja ϕ . U

ovom seminaru nećemo objašnjavati pozadinu tog skalarnog polja, nego ćemo ga koristiti samo kao parametar uređenja (neke vrste unutarnjeg sata) pri vremenskoj evoluciji tenzora momenta i energije $T^{\mu\nu}$. Integral akcije za ovakvo skalarno polje, koje je minimalno vezano za gravitaciju, dan je sa:

$$S = S_{EH} + S_{\phi} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \phi \partial_{\nu} \phi - V(\phi) \right], \quad (1)$$

gdje je S_{EH} standardna Einstein-Hilbertova akcija, a S_{ϕ} akcija skalarnog polja sa kinetičkim članom [1]. Na slici 1 prikazan je potencijal $V(\phi)$ iz formule (1), koji predstavlja samointerakciju skalarnog polja. Tenzor momenta i energije za skalarno polje je tada:

$$T_{\mu\nu}^{(\phi)} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\phi}}{\delta g^{\mu\nu}} = \partial_{\mu} \phi \partial_{\nu} \phi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2} \partial^{\sigma} \phi \partial_{\sigma} \phi + V(\phi) \right]. \quad (2)$$

Iz formula (1) i (2) možemo dobiti jednadžbe stanja. Primjerice, ako uzmemo standardnu Friedmann–Robertson–Walker (FRW) metriku i ograničimo se na slučaj homogenog polja $\phi(r, t) = \phi(t)$, dobivamo jednadžbu stanja savršenog fluida:

$$w_{\phi} = \frac{p_{\phi}}{\rho_{\phi}} = \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V}. \quad (3)$$

Parametri koji opisuju ubrzanje širenja svemira

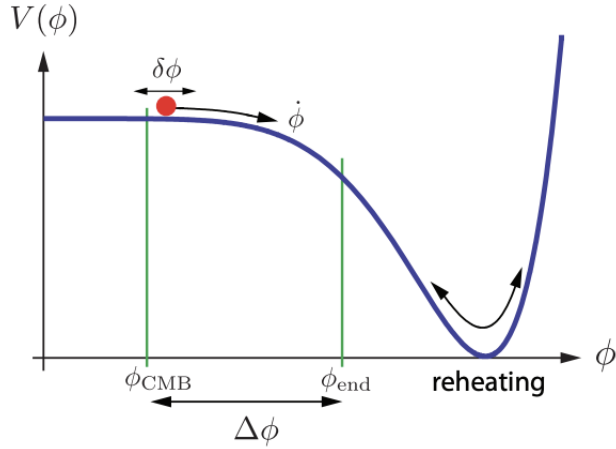
$$\epsilon = \frac{3}{2} (w_{\phi} + 1) = \frac{1}{2} \frac{\dot{\phi}^2}{H^2}, \quad (4)$$

$$\eta = -\frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi} H},$$

zovu se Hubbleovi *slow-roll* parametri.

* ivan.sladoljev@gmail.com

† zvlah@irb.hr



Slika 1. Primjer inflacijskog potencijala $V(\phi)$ [1]. Ubrzano širenje svemira se događa kada je potencijalna energija puno veća od kinetičkog dijela $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$ a završava kada $V(\phi_{end}) \approx \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$. Na kraju perioda akceleracije energija se vraća ponovno u potencijalnu energiju te dolazi do stvaranja nove materije. Temperatura svemira značajno raste te se taj period naziva *reheating*.

II.1. Klasične kozmološke perturbacije

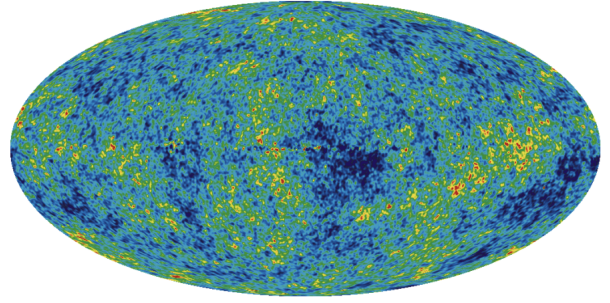
Kao što smo vidjeli na slici 1, inflacija je u potpunosti određena dinamikom skalarnog polja ϕ . Fluktuacije polja $\delta\phi$ oko klasičnog rješenja dovest će do toga da u različitim dijelovima svemira inflacija različito traje. Naime, iz slike 1 možemo vidjeti da, ukoliko područje označeno crvenom bojom posjeduje negativnu inheretnu fluktuaciju polja $\delta\phi$, ono će ostati duže u potencijalno dominiranom režimu nego ona područja sa pozitivnom $\delta\phi$. Stoga će svako područje u svemiru pratiti malo drugačiju evoluciju što dovodi do relativnih fluktuacija u gustoći opažene materije $\delta\rho(t, x)$. Dokaz tomu je kozmičko pozadinsko zračenje, prikazano na slici 2. Vidimo da rani svemir nije bio u potpunosti homogen, no zbog vrlo malih razlika u temperaturi ($\sim O(10^{-5})$), nehomogenosti možemo analizirati pomoću linearnih perturbacija oko homogenog pozadinskog rješenja.

Perturbacije gustoće $\delta\rho(t, x^i) = \rho(t, x^i) - \bar{\rho}(t)$ ($\bar{\rho}$ je srednja vrijednost gustoće) uveliko ovise o baždarenju [2]:

$$\begin{aligned} t &\rightarrow t + \alpha, \\ x^i &\rightarrow x^i + \delta_{ij}\beta_j, \\ \delta\rho &= \delta\rho - \dot{\rho}\alpha, \end{aligned} \quad (5)$$

gdje je α poznata kao *lapse function* te mjeri odmake u vremenu, dok vektor pomaka β mjeri razliku u prostornim koordinatama između dvije hipersfere Σ . Prostorno ravna FRW metrika sa linearnim perturbacijama prvog reda dana je sa:

$$\begin{aligned} ds^2 &= -(1 + 2\Phi)dt^2 + 2a(t)B_i dx^i dt \\ &+ a^2(t)[(1 - 2\Psi)\delta_{ij} + 2E_{ij}]dx^i dx^j, \end{aligned} \quad (6)$$



Slika 2. Kozmičko pozadinsko zračenje [1]. Srednja vrijednost iznosi $T=2.7$ K dok crvena područja predstavljaju povećanja gustoće za $O(10^{-5})$. Statistička svojstva ovih fluktuacija sadrže važne informacije o pozadinskoj evoluciji kao i početnim uvjetima ranog svemira.

gdje su Φ i B_i 3-skalaro odnosno 3-vektorsko polje povezano uz α i β_i , dok je Ψ 3-vektorsko polje prostornih perturbacija zakrivljenosti. Koefficient $a(t)$ predstavlja standardni faktor skale u kozmologiji. Simetričan tenzor E_{ij} govori o prostornom smicanju dviju različitih površina.

Kao što smo već pokazali u formuli (5), perturbacije metrike i gustoće su usko povezane. Stoga definiramo baždarno invarijantne veličine:

$$\begin{aligned} -\zeta &= \Psi + \frac{H}{\bar{\rho}}\delta\rho, \\ R &= \Psi - \frac{H}{\bar{\rho} + \dot{\bar{p}}}\delta q, \end{aligned} \quad (7)$$

pod nazivom "perturbacija zakrivljenosti na hiperpovršini uniformne gustoće - ζ " te "sugibajuća perturbacija zakrivljenosti - R " [24]. Te dvije veličine su evidentno povezane:

$$-\zeta = R + \frac{k^2}{(aH)^2} \frac{2\bar{\rho}}{3(\bar{\rho} + \dot{\bar{p}})} (\Psi + a^2 H (\dot{E} - \frac{B}{a})). \quad (8)$$

Može se pokazati kako su te dvije veličine jednake u granici superhorizonta, gdje te veličine postaju vremenski neovisne. U formuli (7) δq predstavlja promjenu gustoće momenta. Sada promatramo prosjek ansambla $\langle R_{\mathbf{k}} R_{\mathbf{k}'} \rangle$, gdje smo definirali Fourierov transformat $R_{\mathbf{k}}$:

$$R(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 k R_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (9)$$

Prosjek tada možemo zapisati kao:

$$\begin{aligned} \langle R_{\mathbf{k}} R_{\mathbf{k}'} \rangle &= \int d^3 x e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\cdot\mathbf{x}} \int d^3 r \xi_R(r) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}') \int d^3 r \xi_R(r) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (10)$$

gdje smo definirali korelacijsku funkciju $\xi_R(r) = \langle R(\mathbf{x}), R(\mathbf{x}+\mathbf{r}) \rangle$, koja zbog pretpostavke o izotropnosti

svemira ovisi samo o $|\mathbf{r}|$. Ako definiramo spektar snage P_R kao Fourierov transformat korelacijske funkcije:

$$P_R(k) = \int d^3r \xi_R(r) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad (11)$$

tada u konačnici kombinacijom formule (10) i (11) dobivamo [21]:

$$\langle R_{\mathbf{k}} R_{\mathbf{k}'} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') P_R(k). \quad (12)$$

Delta unutar ove formule brine se o očuvanju momenta. Često definiramo i bezdimenzionalni spektar snage Δ_R^2 :

$$\Delta_R^2 = \frac{k^3}{2\pi^2} P_R(k). \quad (13)$$

Relacija (12) je iznimno bitna jer povezuje dvije važne veličine - kozmološke perturbacije $R_{\mathbf{k}}$ koje nam govore o evoluciji svemira te spektar snage P_R koji možemo izravno mjeriti. Uzmimo na primjer fluktuacije kozmičkog pozadinskog zračenja, prikazane na slici 2. Kutnu raspodjelu temperaturnih fluktuacija $\Delta T(\hat{\mathbf{n}})/T_0$ u odnosu na jedinični vektor smjera $\hat{\mathbf{n}}$ možemo razviti po sfernim harmonicima:

$$\frac{\Delta T(\hat{\mathbf{n}})}{T_0} = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{n}}), \quad (14)$$

gdje koeficijente razvoja a_{lm} možemo direktno povezati sa spektrom snage pomoću formule za skalarni rotacijski invarijantni kutni spektar C_l^{TT} :

$$\begin{aligned} C_l^{TT} &= \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{lm}^* a_{lm} \rangle \\ &= \frac{2}{\pi} \int k^2 dk P_R(k) \Delta_{Tl}^2(k), \end{aligned} \quad (15)$$

gdje je $\Delta_{Tl}^2(k)$ inflacijska transfer funkcija koja modelira neizotropnosti prilikom inflacije. Na sličan način kao u (14), možemo i $P(k)$ raspisati preko sume po Lagrangeovim polinomima L_l :

$$P(z, k, \hat{\boldsymbol{\mu}}) = \sum_{parant} L_l(\hat{\boldsymbol{\mu}}) P_l(z, k), \quad \hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\mathbf{z} \cdot \mathbf{k}}{k}. \quad (16)$$

Pomoću formula (7) i (12) vidimo kako jednostavnim mjerenjima primordijalnog spektra (11) dolazimo do bitnih informacija o evoluciji ranog svemira.

II.2. Nelinearnosti perturbacija

Sugibajuća perturbacija zakrivljenosti R najvjerojatnije prati Gaussovu raspodjelu (moderna mjerenja [4] pokazala su da su odstupanja od Gaussijana maksimalno 0.1 %). No otkrivanje oblika i veličine tih nelinearnosti mogu nam uvelike pomoći pri potvrđivanju valjanosti

naše jednopoljne teorije o inflaciji. Nelinearnosti, tj. odstupanje od Gaussove raspodjele, možemo opisati kao:

$$R(\mathbf{x}) = R_{gauss}(\mathbf{x}) + \frac{3}{5} f_{NL}^{local} [R_{gauss}^2(\mathbf{x}) - \langle R_{gauss}^2(\mathbf{x}) \rangle], \quad (17)$$

gdje je f_{NL}^{local} bezdimenzionalni parametar koji opisuje amplitudu negausijanosti. Superskript *local* govori nam da se radi o lokalnom obliku unutar realnog prostora. Nelinearnosti najbolje mjerimo pomoću trokorelacijske funkcije:

$$\langle R_{\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_2} R_{\mathbf{k}_3} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) B_R(k_1, k_2, k_3), \quad (18)$$

gdje se funkcija $B_R(k_1, k_2, k_3)$ naziva bispektor [21]. Delta nam u izrazu govori kako će valni vektori \mathbf{k} zbog očuvanja momenta tvoriti zatvoreni trokut. Ukoliko perturbacije zakrivljenosti prate linearnu (Gaussovu) raspodjelu, funkcija B_R bi trebala biti 0. Mjerenjem bispektra možemo dakle doznati mnogo o prirodi naših perturbacija te njihovoj evoluciji. Bispektor je u najnižoj aproksimaciji povezan sa spektrom snage pomoću relacije [1]:

$$\begin{aligned} B_R(k_1, k_2, k_3) &= \frac{6}{5} f_{NL}^{local} [P_R(k_1) P_R(k_2) \\ &\quad + P_R(k_2) P_R(k_3) + P_R(k_1) P_R(k_3)]. \end{aligned} \quad (19)$$

Oblik parametra f_{NL} i bispektra B_R govori nam dosta o prirodi perturbacija. Istraživanja su pokazala da f_{NL} postiže svoj maksimum za dvije konfiguracije valnog vektora k : (a) konfiguraciju kada valni vektori čine stisnuti trokut ($k_3 \ll k_1, k_2$) te (b) za onu u kojoj čine jednakos-tranični trokut ($k_1 \sim k_2 \sim k_3$). Po konvenciji možemo definirati faktor oblika S :

$$S(k_1, k_2, k_3) = N^2(k_1, k_2, k_3) B_R(k_1, k_2, k_3), \quad (20)$$

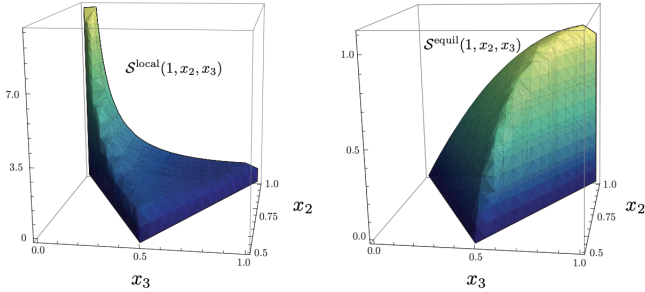
u kojemu N predstavlja normalizacijsku konstantu. Dva često upotrebljavana faktora oblika su lokalni i jednakos-tranični:

$$\begin{aligned} S^{equil} &\sim \frac{\tilde{k}_1 \tilde{k}_2 \tilde{k}_3}{K_{111}}, \\ S^{local} &\sim \frac{K_3}{K_{111}}, \end{aligned} \quad (21)$$

gdje smo koristili konvenciju iz Fergusson and Shellard [5] u kojoj:

$$\begin{aligned} K_p &= \sum_i (k_i)^p, \\ K_{pq} &= \frac{1}{\Delta_{pq}} \sum_{i \neq j} (k_i)^p (k_j)^q, \\ K_{pqr} &= \frac{1}{\Delta_{pqr}} \sum_{i \neq j \neq l} (k_i)^p (k_j)^q (k_l)^r, \\ \tilde{k}_{ip} &= K_p - 2(k_i)^p, \\ \tilde{k}_i &= k_{i1}, \\ \Delta_{pq} &= 1 + \delta_{pq}, \\ \Delta_{pqr} &= \Delta_{pq} (\Delta_{pr} + \delta_{qr}). \end{aligned} \quad (22)$$

Na slici 3 vidimo 3D grafove lokalnog i jednakostraničnog faktora oblika, u kojima koristimo bezdimenzionalnu po kratku $x_i = \frac{k_i}{k_1}$. Vidimo je maksimum S^{local} centriran oko $x_3 \approx 0$, $x_2 \approx 1$, dok S^{equil} postiže najveću vrijednost za $x_2 \approx x_3 \approx 1$.



Slika 3. 3D grafovi lokalnog (lijevi graf) i jednakostraničnog (desni graf) faktora oblika S [1]. Na osima su prikazane bezdimenzionalne veličine $x_i = \frac{k_i}{k_1}$. Momenti su poredani tako da $x_3 < x_2 < 1$ te zadovoljavaju nejednakost trokuta $x_2 + x_3 > 1$.

Ovakvi faktori oblika tipični su za modele u kojima imamo samo jedan stupanj slobode - inflacijsko polje ϕ . Uz ova dva oblika, često se definira i ortogonalni parametar f^{ortho} , koji svoj maksimum postiže na jednakostraničnoj konfiguraciji momenta, kao i na jednakokrčnoj konfiguraciji, za koju dva manja momenta k_2 i k_3 iznose točno polovicu momenta k_1 . Uz pomoć ta dva parametra, f^{equil} i f^{ortho} , možemo precizno modelirati te izračunati nelinearne doprinose kozmološkim perturbacijama.

III. EFEKTIVNA TEORIJA POLJA U ANALIZI KOZMOLOŠKIH PERTURBACIJA

Efektivna teorija polja donosi nam precizniji opis kozmoloških perturbacija. Standardni Lagranžijan [15] za perturbacije inflacije π određen je formulom:

$$S_{EFT} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{-M_P^2 \dot{H}}{c_s^2} (\dot{\pi}^2 - c_s^2 \frac{(\nabla\pi)^2}{a^2}) + \frac{M_P^2 \dot{H}}{c_s^2} (1 - c_s^2) \left(\frac{\dot{\pi}(\nabla\pi)^2}{a^2} - (1 + \frac{2\tilde{c}_3}{3c_s^2}) \dot{\pi}^3 \right) \right], \quad (23)$$

gdje su zadržani članovi samo do drugog reda. Perturbacija inflacije π je Goldstonov bozon te je povezan sa metričkom perturbacijom zakrivljenosti ζ pomoću relacije $\zeta = -H\pi$, gdje je H Hubbleov parametar inflacije. Interakcije su parametrizirane pomoću brzine zvuka c_s te bezdimenzionalnog Wilsonovog koeficijenta \tilde{c}_3 . Kao što smo već prije objasnili, bispektor B_ζ , koji je sada dan sa:

$$B_\zeta(k_1, k_2, k_3) = \frac{18}{5} f_{NL} \Delta_\zeta^4 \frac{S(k_1, k_2, k_3)}{k_1^2 k_2^2 k_3^2}, \quad (24)$$

opisujemo pomoću jednakostraničnih i ortogonalnih predložka (eng: *template*), tj. faktora oblika. Bezdimen-

zionalna amplituda primordijalnog spektra snage definirana je kao $\Delta_\zeta^2 = k^3 P_\zeta(k) (\frac{k_*}{k})^{1-n_s}$, gdje je n_s spektralni indeks. Maldacena teorem [1] nam govori da je bispektor potisnut sa faktorom $(1 - n_s)$ te da on nestaje ako su perturbacije neovisne o skali ($n_s \approx 1$). Stoga, ukoliko uočimo nelinearnosti to može dovesti do opovrgavanja teorije jednopoljne inflacije. Analiza Planck [7] podataka izmjerila je $\Delta_\zeta^2 \approx 4.1 \cdot 10^{-8}$ te $n_s \approx 0.96$ za $k_* = 0.05 \text{ Mpc}^{-1}$. Jednakostranični i ortogonalni faktori oblika definirani su kao:

$$S_{equil} = \left(\frac{k_1}{k_2} + \frac{k_1}{k_3} + \frac{k_2}{k_3} + \frac{k_2}{k_1} + \frac{k_3}{k_2} + \frac{k_3}{k_1} \right) - \left(\frac{k_1^2}{k_2 k_3} + \frac{k_2^2}{k_1 k_3} + \frac{k_3^2}{k_1 k_2} \right) - 2, \\ S_{ortho} = (1 + p) \frac{\Delta}{e_3} - p \frac{\Gamma^3}{e_3^3}, \\ p = 8.52587; \quad \Delta = (k_T - 2k_1)(k_T - 2k_2)(k_T - 2k_3), \\ k_T = k_1 + k_2 + k_3; \quad e_2 = k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3, \\ e_3 = k_1 k_2 k_3; \quad \Gamma = \frac{2}{3} e_2 - \frac{1}{3} (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2). \quad (25)$$

Amplitude f_{NL}^{ortho} i f_{NL}^{equil} povezane su sa koeficijentima Lagražijana [19]:

$$\begin{pmatrix} f_{NL}^{equil} \\ f_{NL}^{ortho} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.04021 & 1.21041 \\ -0.0395140 & -0.175685 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{NL}^{\dot{\pi}(\nabla\pi)^2} \\ f_{NL}^{\dot{\pi}^3} \end{pmatrix}, \\ f_{NL}^{\dot{\pi}(\nabla\pi)^2} = \frac{85}{324} (1 - c_s^{-2}), \\ f_{NL}^{\dot{\pi}^3} = \frac{10}{243} (1 - c_s^{-2}) (\tilde{c}_3 + \frac{3}{2} c_s^2). \quad (26)$$

III.1. NL prilikom proučavanja galaktičkih struktura

Kao što smo već prije naglasili, nelinearnosti (NL) kozmoloških perturbacija nam pomažu pri određivanju evolucije te nastajanja struktura na velikim skalama (eng: *Large Scale Structure* - LSS). Naime, ukoliko su u ranom svemiru slijedom kozmoloških perturbacija postojala područja sa povećanom gustoćom materije, ta područja su mogla poslužiti kao jezgre za nastajanje ranih galaksija te ostalih objekata u svemiru. Posebna grana efektivne teorije polja koja se bavi time zove se EFTofLSS (eng: *Effective Field Theory of Large Scale Structure*) [17]. Kako bi bolje promatrali evoluciju galaktičke materije, definiramo polje zgušnjavanja (eng: *overdensity field*) [14]:

$$\delta^{(1)}(x) = \frac{\rho(x) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}. \quad (27)$$

Kada bi imali savršeno gausijanske početne uvjete, svojstva polja zgušnjavanja (lokacija i količina materije) bi bila

savršeno opisana linearnim spektrom snage P_{11} , tj :

$$\langle \delta^{(1)}(\mathbf{k})\delta^{(1)}(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta_D^{(3)}(\mathbf{k}+\mathbf{k}') P_{11}(k). \quad (28)$$

U našim izračunima baziramo se na računu jedne petlje. Nelinearni spektar snage, u odsutnosti bilo kakvih primordijalnih nelinearnosti, dan je sa :

$$P_G = P_{11} + P_{1-loop} + P_{ctr} + P_{stoch}, \quad (29)$$

u kojemu je P_{1-loop} nelinearna korekcija računa jedne petlje, P_{ctr} član koji dolazi od viših derivacija u jednadžbama fluida i pristrane ekspanzije, dok je P_{stoch} član koji opisuje stohastičnost u galaksiji. Primordijalne negausijanosti (PNG) očituju se primarno putem tri efekta: početnih uvjeta, korekcija petlji te galaktičke pristranosti u režimu koji ovisi o skali (eng: *scale-dependent galaxy bias*).

PNG induciraju signal bispektra:

$$\begin{aligned} \langle \delta^{(1)}\delta^{(1)}\delta^{(1)} \rangle &= (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) f_{NL} B_{111}(k_1, k_2, k_3), \\ f_{NL} B_{111}(k_1, k_2, k_3) &= \tau(k_1)\tau(k_2)\tau(k_3) B_\zeta(k_1, k_2, k_3). \end{aligned} \quad (30)$$

U jednadžbi (30) uveli smo transfer funkcije $\tau(k) = \frac{\delta^{(1)}(\mathbf{k})}{\zeta(\mathbf{k})} = \sqrt{\frac{P_{11}(k)}{P_\zeta(k)}}$.

PNG bispektar također se i miješa sa standardnim nelinearnim bispektrom (24) pomoću vezivanja modova te takvo miješanje možemo reprezentirati jednopetljanim negausijanskim korekcijama:

$$\begin{aligned} f_{NL} P_{12}(k) &= 2f_{NL} Z_1(\mathbf{k}) \\ &\cdot \int \frac{d^3g}{(2\pi)^3} Z_2(\mathbf{q}, \mathbf{k}-\mathbf{q}) B_{111}(k, q, |\mathbf{k}-\mathbf{q}|), \end{aligned} \quad (31)$$

u kojim $Z_{1,2}$ predstavljaju linearne i kvadratične galaktičke jezgre u prostoru crvenog pomaka: $Z_1(\mathbf{k}) = b_1 + f(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{z}})^2$. Faktor f predstavlja koeficijent logaritamskog rasta, a $\hat{\mathbf{z}}$ je smjer promatranja (doglednice). U konačnici, nelinearne PNG moduliraju formaciju galaskija, što opisujemo na velikim skalama putem galaktičke pristranosti u režimu koji ovisi o skali [20] :

$$\delta_g = b_1 \delta + f_{NL} b_\zeta \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)^2 \zeta + \text{nelinearni članovi}, \quad (32)$$

u kojoj δ i δ_g predstavljaju polja zgušnjavanja za običnu materiju te za galaksije, dok je $k_{NL} \approx 0.5 \text{ hMpc}^{-1}$ u nelinearnom režimu na $z \approx 0.5$. U formulama (31) i (32), b_1 predstavlja standardnu linearnu pristranost, dok je b_ζ linearna PNG pristranost prvog reda. Relativna veličina različitih nelinearnih doprinosa može se procijeniti skaliranjem, koje nam omogućuje pretpostavka da spektar snage ima eksponencijalni oblik $P_{11} \sim \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)^n k_{NL}^{-3}$, gdje je $n \approx -1.7$. Pomoću toga možemo procijeniti da su glavni doprinosi negausijanskim korekcijama PNG 1-petlje (31) te galaktička pristranosti u režimu koji ovisi

o skali (32). Konačno, ukupni bezdimenzionalni spektar snage (13) možemo napisati kao:

$$\begin{aligned} \Delta^2(k) &= \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)^{1.3} + \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)_{1-loop}^{2.6} + \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)_{ctr}^{3.3} \\ &+ \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)_{stoch}^3 + f_{NL} \Delta_\zeta \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)_{gal.pristranost}^{1.95} \\ &+ f_{NL} \Delta_\zeta b_\zeta \left(\frac{k}{k_{NL}} \right)_{linearna\ PNG\ pristranost}^{2.65}. \end{aligned} \quad (33)$$

Ostale korekcije, poput NL 2-petlji, PNG članova $O(f_{NL}^2)$ te ostalih članova viših redova možemo zanemariti jer su oni mali na skalama kojima mi radimo, gdje $k \leq 0.17 \text{ hMpc}^{-1}$. Sa svim dodanim korekcijama, naš spektar snage (12) i bispektar (24) izgledaju :

$$\begin{aligned} P(\mathbf{k}) &= P_G(\mathbf{k}) + f_{NL} \left(P_{12}(\mathbf{k}) + \frac{2b_\zeta Z_1(\mathbf{k})k^2}{k_{NL}^2} \frac{P_{11}}{\tau(k)} \right), \\ B(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) &= B_G(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) \\ &+ f_{NL} Z_1(\mathbf{k}_1) Z_1(\mathbf{k}_2) Z_1(\mathbf{k}_3) B_{111}(k_1, k_2, k_3), \end{aligned} \quad (34)$$

u kojima su P_G i B_G standardni gausijanski spektar snage (29) te bispektar (18).

IV. PODACI

Kao što smo pokazali u prošlom poglavlju, mjerenjem raspodjele galaktičke materije (zvijezda, galaksija i slično) te mjerenjem njezinog spektra snage možemo odrediti tijek primordijalne inflacije i odrediti moguće nelinearnosti pri evoluciji svemira. Za podatke o distribuciji galaktičke materije, potrebne pri izračunu nelinearnih parametara, koristimo dvanaesto izdanje BOSS (DR12) [8] galaktičkog pregleda. BOSS (eng: *Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*), koji je nastavak Sloan Digital Sky Survey-a III [16], prikupio je podatke optičkog spektra za više od 1.2 milijuna masivnih galaksija na valnim duljinama između 3600 do 10000 Å. Ukupno promatrano područje pokriva 9329 deg², sveukupnog volumena 18.7 Mpc³. Podaci su podijeljeni na tri međusobno preklapajuća reza, koja se nalaze na fotometrijskim udaljenostima $z_1 \in [0.2, 0.5]$, $z_2 \in [0.5, 0.75]$ te $z_3 \in [0.4, 0.6]$. Koristeći ove podatke možemo dakle dobiti informaciju o raspodjeli materije unutar našeg svemira.

V. ANALIZA

Analizu podataka radimo pomoću javno dostupnog CLASS-PT koda [18] [11]. Kod potreban za našu analizu se izvršava kao modul *nonlinear_pt.c* unutar CLASS-a te radi u 3 koraka. U prvom koraku funkcija *nonlinear_pt_pk_l()* uzima linearnu transfer funkciju iz

modula *perturbations.c* i konvoluiraju sa primordijalnim spektrom snage iz *primordial.c* kako bi dobio linearni spektar snage na udaljenosti z , koju mi specificiramo. Postupak je sličan onome opisanom u formuli (15) dok se točan opis svih operacija može naći u [12].

U idućem koraku računamo nelinearni spektar snage za svaku udaljenost z . To radimo pomoću modula *nonlinear_pt_loop()* koji koristi FFT (eng: *Fast Fourier Transform*) kako bi analizirao opaženi spektar snage. Naime, linearizirani spektar (sličan onom u formuli (32)) možemo prikazati kao sumu valnih vektora $k \in [k_{min}, k_{max}]$:

$$\tilde{P}_{lin}(z, k) = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} c_m k^{\nu+i\eta_m}; \quad \eta_m = \frac{2\pi m}{\ln(k_{max}/k_{min})}, \quad (35)$$

gdje se parametar ν nekad također naziva i pristranost. To je slobodan parametar čijom prilagodbom poboljšavamo konvergenciju krajnjeg rješenja. Najbolje rezultate dobivamo za $\nu = -1.6$. Koeficijenti c_m se mogu dobiti FFT analizom. Za nelinearni spektar snage formula izgleda malo drugačije te je dana:

$$\begin{aligned} P_{1-loop}(z, k, \mu) &= (1 + f(z)\mu^2) \sum_{n=0}^3 P_{13}^{(n)}(z, k)\mu^{2n} \\ &\quad + \sum_{n=0}^4 P_{22}^{(n)}(z, k)\mu^{2n}, \\ P_{22}^{(n)} &= k^3 D^4(z) \sum_{m_1, m_2} c_{m_1} k^{-2\nu_1} M_{22}(\nu_1, \nu_2) c_{m_2} k^{-2\nu_2}, \\ P_{13}^{(n)} &= k^3 P_{lin}(z, k) D^2(z) \sum_{m_1} c_{m_1} k^{-2\nu_1} M_{13}(\nu_1), \end{aligned} \quad (36)$$

gdje su M realne matrice povezane sa Legendreovim polinomima koje su već izračunate te se nalaze u kodu. Konačni spektri su u zadnjem koraku proslijeđeni do drugih modula koji ih uspoređuju sa spektrima iz HALOFIT-a. Obrada pojedinih nelinearnih doprinosa je iznimno rigorozna te se detaljan opis analize i korištenih parametara može pronaći u [12].

Kao što smo već naglasili, u analizi koristimo podatke 12og izdanja BOSS-ovog galaktičkog pregleda. Iz BOSS-ovog kataloga uzimamo podatke za sjevernu i južnu galaktičku kapu, podjeljene u dvije skupine za $z = 0.38$ i $z = 0.61$, tj. sveukupno 4 različite grupe podataka. Pomoću njih računamo monopole galaktičkog spektra snage [$l = 0, 2, 4$] za $k \in [0.01, 0.17] h\text{Mpc}^{-1}$ (oni čine glavne doprinose sveukupnom spektru u formuli (16)) te kutno-invarijantni bispektar za različite kombinacije trokuta u kojima $k_i \in [0.01, 0.08]$, što čini 62 trokuta sveukupno. Također računamo i spektar snage u realnom prostoru $Q_0 = P_0(k) - \frac{1}{2}P_2(k) + \frac{3}{8}P_4(k)$ za $k \in [0.17, 0.4] h\text{Mpc}^{-1}$ te parametre za barionske oscilacije izvučene iz analiziranih podataka o spektru. Spektar i bispektar su proračunati bez prozorskih funkcija [9] kako bi se povećala

preciznost. Kovarijance za svaku grupu podataka su izračunate pomoću 2048 MultiDarkPatchy simulacija [10]. Radimo punu analizu oblika na podacima grupirane zvjezdane materije, slično kao u [13]. Za analizu podataka i implementaciju teorijskog modela (34) koristimo gore navedeni kod [11].

U sljedećem dijelu analize izravno procjenjujemo nelinearne doprinose varijacijom parametara. Za razliku od [16] gdje se ($f_{NL}^{equil}, f_{NL}^{ortho}$) računaju direktno iz mjerenja fluktuacija temperature i pozadinskog zračenja, mi u našoj analizi ne mjerimo te parametre već ih prilagođavamo na globalne podatke te ih modificiramo koristeći Monte Carlo Markovljeve lance (eng: *Monte Carlo Markov Chain* -MCMC) kako bi pronašli one vrijednosti koje najbolje odgovaraju izmjerenim vrijednostima, koristeći javno dostupni kod [22]. Naš model sadrži 14 slobodnih parametara, od kojih su 13 vezani za opisivanje Gaussovog spektra i bispektra u prostoru crvenih pomaka (34), dok je jedan vezan za opisivanje PNG pristranosti u režimu koji ovisi o skali, b_ζ . Puni opis svih parametara može se naći u [12]. Metodom Monte Carlo Markovljevog lanca prilagođavamo parametre na one vrijednosti koje najbolje odgovaraju podacima [8]. U našoj osnovnoj analizi fiksiramo barionsku gustoću s skladu sa BBN mjerenjima [6], spektralni indeks n_s (tj. nagib spektra) usklađujemo na Planck podatke [7], dok za masu neutrina uzimamo $\sum_\nu m_\nu = 0.06\text{eV}$, minimalnu dozvoljenu oscilacijskim eksperimentima. Nakon toga variramo gustoću tamne materije w_{cdm} , skraćeni Hubbleov parametar h , amplitudu primordijalnih skalarnih fluktuacija $\ln(10^{10} A_s)$ te parametre oblika ($f_{NL}^{equil}, f_{NL}^{ortho}$) unutar intervala jednakih vjerojatnosti. Također smo marginalizirali preko PNG pristranosti $b_\zeta = 1.686 \cdot \frac{18}{5} (b_1 - 1) b_\zeta$, unutar Gausijanskih intervala vjerojatnosti $\tilde{b}_\zeta \sim N(1, 5)$. Uz to, radimo i agresivniju analizu gdje sve parametre usklađujemo sa Planck [7] podacima te umjesto marginalizacije namještamo galaktičku pristranost na standardne relacije za halo-e crne materije.

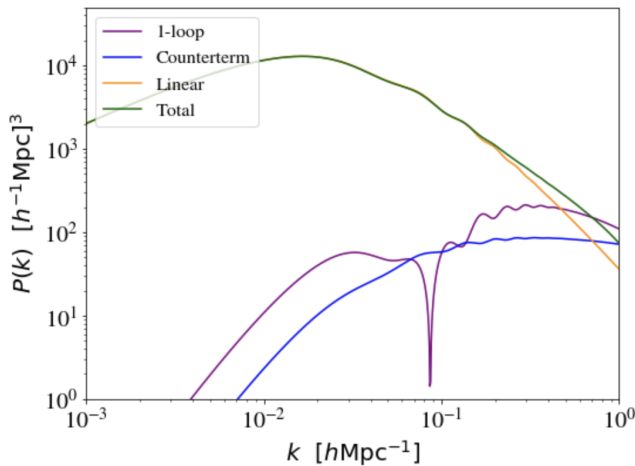
VI. REZULTATI

Kao što smo napomenuli u posljednjem odjeljku, primjenjujemo kod [18] na BOSS-ova mjerenja kako bi izmjerili spektar snage. Unutar koda nalazi se modul *Class* koji već objašnjenom analizom obrađuje dane podatke. Prilikom izračuna fiksirali smo tražene parametre (koje ćemo kasnije varirati):

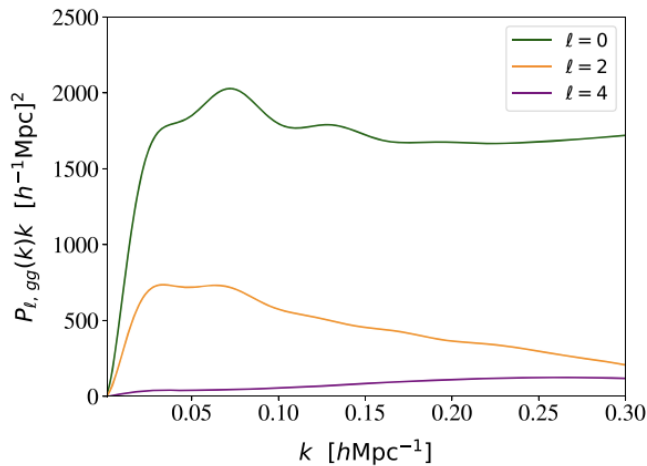
$$\begin{aligned} z &= 0.61, \quad c_s^2 = 1, \quad c_0 = 5, \quad c_1 = 15, \quad c_4 = -5, \\ b_1 &= 2, \quad b_2 = -1, \quad b_{G_2} = 0.1, \quad b_{\Gamma_3} = -0.1. \end{aligned}$$

Na slici 4 prikazan je rezultatni spektar snage $P(k)$ u odnosu na valne vektore k . Na grafu su prikazani različiti doprinosi iz formule (29), kao i ukupni spektar snage.

Sada, uz pomoć istog koda, možemo izračunati i glavne doprinose različitih multipola l (16) ukupnom spektru



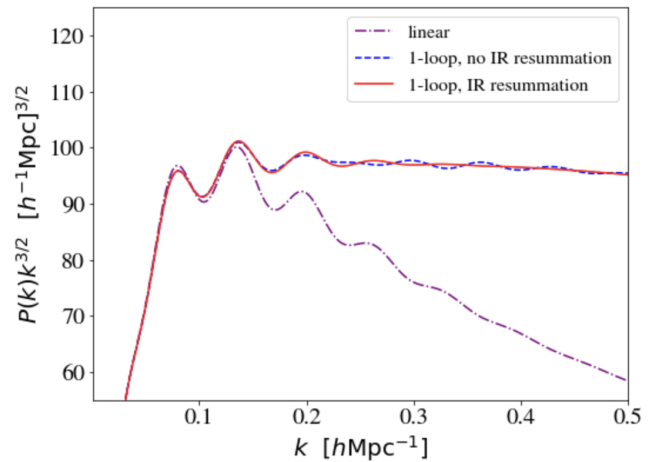
Slika 4. Različiti doprinosi spektru snage $P(k)$ (prikazan zelenom krivuljom) dani formulom (29). Ljubičasta 1-loop krivulja se odnosi na jednopetljani doprinos P_{1-loop} , plava counterterm krivulja na P_{ctr} koji dolazi iz viših derivacija dok narančasta linear krivulja opisuje klasični linearni doprinos P_{11} .



Slika 5. Doprinosi različitih multipola ($l=0,2,4$) ukupnom spektru snage za galaktičku materiju. Zadržali smo se na prva tri parna multipola jer on predstavljaju glavne doprinose ukupnom spektru.

snage za galaktičku materiju iz BOSS ovog kataloga. Rezultantni graf prikazan je na slici 5. Vidimo da se povećanjem multipola l smanjuje doprinos u ukupnom spektru snage $P(k)$.

U kodu također postoji opcija uključivanja infracrvene resumacije (eng: *Infrared Resummation* - IR) koja dijeli podatke na ravne i krivudave (eng: *wiggly*) dijelove, koji se miču zbog lakše analize podataka. Detaljan opis IR može se naći u [12] i [23]. IR je svojevrsno uklanjanje šuma koje pomaže pri obradi jer omogućava lakši analitički opis podataka. Na slici 6 vidimo jednopetljani doprinos spektru snage sa i bez IR. Spektar snage je pom-



Slika 6. Nelinearni doprinos P_{1-loop} (plava linija) spektru snage. Crvenom linijom prikazan je isti doprinos sa primjenjenom infracrvenom resumacijom (IR). Vidimo da je prilikom IR uklonjen dio šuma. Ljubičastom linijom je za usporedbu prikazan linearni doprinos.

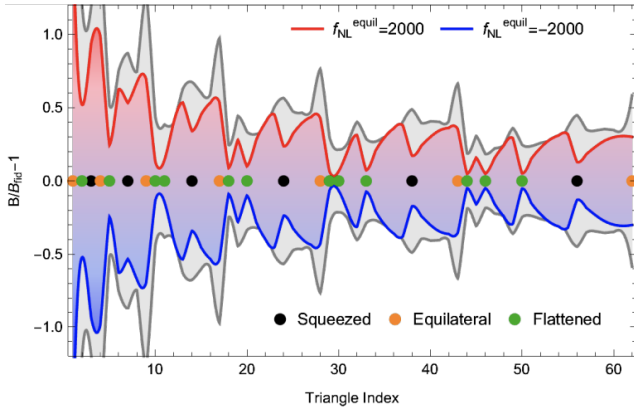
nožen sa $k^{3/2}$ radi lakšeg pregleda.

Nakon što smo odredili izgled spektra, možemo izračunati nelinearne parametre ($f_{NL}^{ortho}, f_{NL}^{equil}$) koji najbolje odgovaraju izračunatom spektru. Za to koristimo dodatak [22] originalnom CLASS-PT kodu koji koristi Monte Carlo Markovljeve lance (MCMC) kako bi skenirao preko različitih kozmologija te odredio najbolju prilagodbu podacima. Parametre variramo unutar intervala:

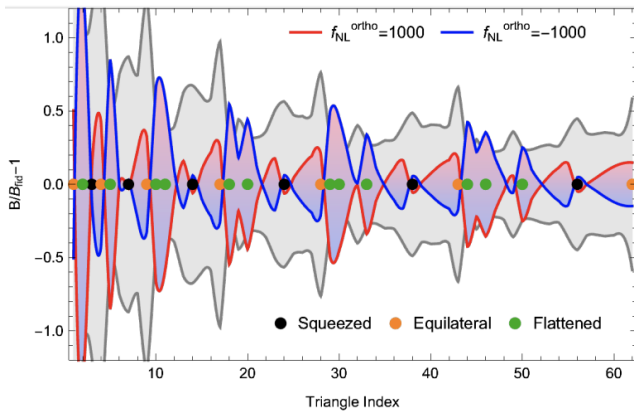
$$f_{NL}^{equil} \in [-2000, 2000]; \quad f_{NL}^{ortho} \in [-1000, 1000].$$

Kao rezultat varijacije gledamo promjenu vrijednosti $\frac{B}{B_{fid}} - 1$, gdje je B_{fid} najbolje prilagođeni bispektar za z_3 ($z = 0.61$), uzet sa sjeverne galaktičke kape (*North Galactic Cap* - NGC). Za B_{fid} fiksiramo vrijednost parametara na $f_{NL}^{ortho} = 0$ te $f_{NL}^{equil} = 0$. Na slikama 7 i 8 prikazana $\frac{B}{B_{fid}} - 1$ kao funkcija indeksa trokuta valnih vektora k . Svaki indeks odražava jednu permutaciju trokuta (k_1, k_2, k_3) u kojima k_i variramo na intervalu $k \in [0.015, 0.08] hMpc^{-1}$. Posebno smo označili indekse koji odgovaraju jednakostraničnim (narančaste točke), stisnutim (crne točke) te jednakokračnim trokutima (zeleno točke). Sivo područje predstavlja greške NGC z_3 podataka dok su crvenim i plavim linijama prikazane ekstremne vrijednosti parametara.

Na slikama se dobro može vidjeti kako različiti parametri preferiraju drugačije oblike. Primjerice na slici 7 vidimo da f_{NL}^{equil} pretežito pojačava jednakostranične trokute ($k_1 = k_2 = k_3$) te za njih $\frac{B}{B_{fid}} - 1$ teži nuli. Utjecaj na stisnute trokute ($k_3 = 0.015 hMpc^{-1}, k_1 = k_2, k_1 > k_3$) je nešto slabiji dok je za konfiguracije jednakokračnih trokuta ($k_3 = k_2, 2k_2 = k_1 + 0.005 hMpc^{-1}$) zanemariv. S druge strane, na slici 8 vidimo da f_{NL}^{ortho} ima skok na jednakostraničnim i jednakokračnim trokutima. Vidimo



Slika 7. Graf varijacije $\frac{B}{B_{fid}} - 1$ u odnosu na promjenu parametara $f_{NL}^{equil} \in [-2000, 2000]$. Crnim, narančastim i zelenim točkama su prikazani stisnuti ($k_3 = 0.015 h\text{Mpc}^{-1}, k_2 = k_1$), jednakostranični ($k_1 = k_2 = k_3$) te jednakokrani trokut ($k_2 = k_3, 2k_2 = k_1 + 0.005 h\text{Mpc}^{-1}$).



Slika 8. Graf varijacije $\frac{B}{B_{ortho}} - 1$ u odnosu na promjenu parametara $f_{NL}^{ortho} \in [-1000, 1000]$. Crnim, narančastim i zelenim točkama su prikazani stisnuti ($k_3 = 0.015 h\text{Mpc}^{-1}, k_2 = k_1$), jednakostranični ($k_1 = k_2 = k_3$) te jednakokrani trokut ($k_2 = k_3, 2k_2 = k_1 + 0.005 h\text{Mpc}^{-1}$).

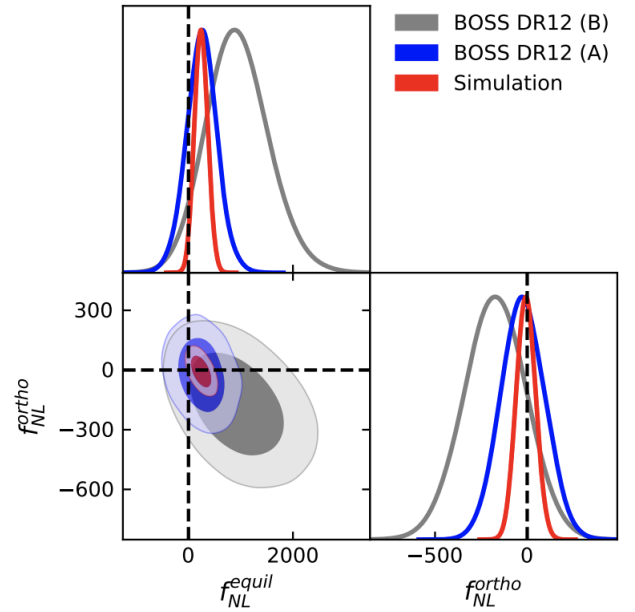
da f_{NL}^{ortho} i f_{NL}^{equil} imaju svoje vrhove na različitim vrstama trokuta, što je upravo razlog zbog čega se oni u literaturama odabiru za kompaktan opis bispektara, kao što smo pokazali u poglavljima II i III.

Sada možemo odrediti vrijednosti f_{NL}^{ortho} i f_{NL}^{equil} koje najbolje pašu izmjerenom spektru snage i bispektru. MCMC analizom dobivamo rezultate:

$$f_{NL}^{equil} = 949_{-650}^{+570}, \quad f_{NL}^{ortho} = -170_{-170}^{+180}.$$

Ovaj rezultat je dobiven na 68% intervala pouzdanosti (eng: *Confidence level* - CL). Iz rezultata vidimo kako ne postoji dovoljno pouzdan dokaz za primordijalne negausijanosti, što nam govori kako jednopoljna inflacija nije dovoljna kako bi opisala punu evoluciju svemira. Na 95% CL ograničenja parametara su:

$$-280 < f_{NL}^{equil} < 2190, \quad -520 < f_{NL}^{ortho} < 176.$$



Slika 9. Marginalizirana ograničenja na parametre f_{NL}^{ortho} i f_{NL}^{equil} dobivena MCMC analizom BOSS (DR12) podataka. Sivom linijom prikazana je osnovna analiza dok je agresivnija analiza prikazana plavom bojom. Crvenom bojom je prikazana Nseries simulacija koja posjeduje 40 puta veći broj podataka od BOSS-a.

Rezultantne konture ovih ograničenja prikazane su na slici 9. Vidimo određenu korelaciju parametara. Koefficient korelacije iznosi -0.40 . Za najbolje mjerene komponente dobivamo:

$$f_{NL}^{ortho} - 0.11 f_{NL}^{equil} = -65 \pm 157.$$

Ova korelacija je diktirana degeneracijom smjera u obliku spektra BOSS-ovih mjerenja galaktičkog bispektra. Primjerice, Planck [7] podaci ne ukazuju ni na kakvu degeneraciju, stoga bi kombinirana mjerenja koja koriste BOSS i Planckovo CMB mjerenje uvelike pomogla u rješavanju degeneracije.

Sada možemo napraviti malo agresivniju analizu, u kojoj umjesto marginalizacije i variranja fiksiramo većinu parametara na vrijednosti dobivene Planck [7] mjeranjima. To rezultira jačim ograničenjima na parametre:

$$f_{NL}^{equil} = 257_{-300}^{+300}, \quad f_{NL}^{ortho} = -23_{-120}^{+120}.$$

Vidimo da bolje poznavanje ostalih parametara rezultira preciznijim i jačim ograničenjima na nelinearne parametre. Ovi rezultati ukazuju na to da, iako smo pojačali preciznost naših mjerenja, svejedno ne vidimo dokaz za postojanje negausijanosti u spektru snage galaktičke materije. Iz tih rezultata se mogu izvući poučci da je ili početna evolucija svemira bila savršeno linearna (što najvjerojatnije nije slučaj) te je do nepravilnosti u raspodjeli došlo prilikom kasne evolucije ili da jednopoljna inflacija nije dostatna za opis rane evolucije svemira te bi se trebalo poseći za višepoljnim teorijama. Kao konačnu varijaciju u našoj analizi nelinearnih parametara variramo

poznatu amplitudu fluktuacija gustoće σ_8 te spektralni indeks n_s . Kao rezultate dobivamo:

$$f_{NL}^{equil} = 510_{-440}^{+320}, f_{NL}^{ortho} = -123_{-140}^{+150}, \sigma_8 = 0.728_{-0.037}^{+0.033},$$

$$f_{NL}^{equil} = 1200_{-850}^{+630}, f_{NL}^{ortho} = -240_{-180}^{+210}, n_s = 0.83 \pm 0.08.$$

Vidimo da, iako su za n_s ograničenja na parametre nešto slabija, svejedno ne vidimo veliku razliku sa prošlim mjerenjima tj. ne možemo sa sigurnošću odrediti bilo kakve nelinearnosti u spektru.

VII. ZAKLJUČAK

U ovom seminaru bavili smo se jednopoljnom inflacijom te rezultatnim nelinearnostima pri evoluciji svemira. Jednopoljna inflacija (1) opisuje naglu eksponencijalnu ekspanziju svemira nedugo nakon njegovog nastanka te modelira kako je to širenje utjecalo na distribuciju materije u svemiru (5). U osnovnoj pretpostavki distribucija bi trebala pratiti normalnu (Gaussovu) raspodjelu te bi sva masa u svemiru trebala biti jednoliko raspodjeljena. No eksperimentalni podaci [16] ukazuju da postoje lokalne fluktuacije (7) u gustoći materije (primjerice razlika između galaksija i okolnog praznog prostora) te takve razlike možemo modelirati inicijalnim nelinearnostima u inflaciji (17).

U ovom seminaru proučavali smo upravo te razlike u distribuciji gustoće materije (27), mjereći spektar snage (11) skupova galaksija izmjerenih BOSS [8] pregledom

neba. Za analizu podataka koristili smo javno dostupan CLASS-PT kod [11] kako bi iz podataka izračunali osnovni linearni spektar (29) te sve jednopetljane korekcije (34) koje dolaze primjenom modela efektivne teorije polja (23). Rezultati izmjerenog spektra su prikazani na slikama 4, 5 i 6. Kako bi odredili parametre nelinearnih korekcija f_{NL}^{equil} i f_{NL}^{ortho} (26) koristili smo Monte Carlo Markovljeve lančane simulacije [22] da prilagodimo parametre na one vrijednosti koje najbolje odgovaraju izmjerenim vrijednostima spektra i bispektra. Na slikama 7, 8 i 9 vidimo rezultate varijacije, dok za nelinearne parametre dobivamo vrijednosti $f_{NL}^{equil} = 949_{-650}^{+570}$ i $f_{NL}^{ortho} = -170_{-170}^{+180}$. Također smo radili i detaljniju analizu, tako da smo većinu parametara teorije [12] fiksirali na poznate vrijednosti izmjerene Planck kolaboracijom [7], kako bi povećali ograničenja na nelinearne parametre i dobili precizniju vrijednost. Kao konačni rezultat dobili smo $f_{NL}^{equil} = 257_{-300}^{+300}$ i $f_{NL}^{ortho} = -23_{-120}^{+120}$ pri 68% CL. Ovim seminarom ustvrdili smo valjanost koncepta izračuna nelinearnih parametara pomoću MCMC varijacije. Iz dobivenih rezultata vidimo kako su relativne pogreške još uvijek prevelike kako bi sa sigurnošću potvrdili postojanje nelinearnosti u primordijalnoj inflaciji. Boljim mjerenjem ostalih parametara (primjerice budućim EUCLID [26] pregledom) te izračunima MCMC simulacija na višim valnim brojevima k , mogli bi pojačati ograničenja te dobiti točnije rezultate. No sa trenutnim izračunima ne možemo potvrditi valjanost jednopoljne teorije inflacije pri ekspanziji ranog svemira.

-
- [1] Daniel Baumann, 2012., TASI Lectures on Inflation, arXiv:0907.5424
 - [2] Bardeen, James; Gauge-invariant cosmological perturbations
 - [3] L. Senatore, K. M. Smith, and M. Zaldarriaga, JCAP 01, 028 (2010), arXiv:0905.3746 [astro-ph.CO].
 - [4] K. M. Smith, L. Senatore, and M. Zaldarriaga, (2009), 0901.2572.
 - [5] J. R. Fergusson and E. P. S. Shellard, (2008), 0812.3413.
 - [6] R. J. Cooke, M. Pettini, and C. C. Steidel, Astrophys. J. 855, 102 (2018), arXiv:1710.11129 [astro-ph.CO].
 - [7] N. Aghanim et al. (Planck), (2018), arXiv:1807.06209 [astro-ph.CO].
 - [8] S. Alam et al. (BOSS), Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 470, 2617 (2017), arXiv:1607.03155 [astro-ph.CO].
 - [9] O. H. E. Philcox, Phys. Rev. D 103, 103504 (2021), arXiv:2012.09389 [astro-ph.CO].
 - [10] F.-S. Kitaura et al., Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 456, 4156 (2016), arXiv:1509.06400 [astro-ph.CO].
 - [11] <https://github.com/Michalychforever/CLASS-PT>
 - [12] A. Chudaykin, M. M. Ivanov, O. H. E. Philcox, and M. Simonović, Phys. Rev. D 102, 063533 (2020), arXiv:2004.10607 [astro-ph.CO].
 - [13] O. H. E. Philcox and M. M. Ivanov, (2021), arXiv:2112.04515 [astro-ph.CO].
 - [14] G. D'Amico, J. Gleyzes, N. Kokron, D. Markovic, L. Senatore, P. Zhang, F. Beutler, and H. Gil-Marín, (2019), arXiv:1909.05271 [astro-ph.CO].
 - [15] C. Cheung, P. Creminelli, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, and L. Senatore, JHEP 03, 014 (2008), arXiv:0709.0293 [hep-th].
 - [16] Alam S., Ata M., Bailey S., Beutler F., Bizyaev D., Blazek J. A., Bolton A. S., et al., 2017, MNRAS, 470, 2617. doi:10.1093/mnras/stx721
 - [17] C. Cheung, P. Creminelli, A. L. Fitzpatrick, J. Kaplan, and L. Senatore, JHEP 03, 014 (2008), arXiv:0709.0293 [hep-th].
 - [18] https://github.com/Michalychforever/CLASS-PT/blob/master/notebooks/nonlinear_pt.ipynb
 - [19] Bardeen J. M., 1980, PhRvD, 22, 1882. doi:10.1103/PhysRevD.22.1882
 - [20] Maartens R., Jolicoeur S., Umeh O., De Weerd E. M., Clarkson C., 2021, JCAP, 2021, 013. doi:10.1088/1475-7516/2021/04/013
 - [21] Creminelli P., Zaldarriaga M., 2004, JCAP, 2004, 006. doi:10.1088/1475-7516/2004/10/006
 - [22] https://github.com/Michalychforever/CLASS-PT/blob/master/notebooks/summary_orthogonal_github.ipynb

- [23] D. Blas, M. Garny, M. M. Ivanov, and S. Sibiryakov, Timesliced perturbation theory II: Baryon acoustic oscillations and infrared resummation, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 07 (2016) 028.
- [24] Maldacena J., 2003, *JHEP*, 2003, 013. doi:10.1088/1126-6708/2003/05/013
- [25] A. Paliathanasis and G. Leon, "Hyperbolic inflationary model with nonzero curvature," *Phys. Lett. B* **834** (2022), 137407 doi:10.1016/j.physletb.2022.137407
- [26] R. Laureijs et al. (EUCLID), (2011), arXiv:1110.3193 [astro-ph.CO].