

# Karakterizacija porijekla mlaza u lundskoj ravnini

Patrik Papac

Prirodoslovno-matematički fakultet, Bijenička 32, Zagreb

21. siječnja 2023.

## Sažetak

Razlikovanje porijekla mlaza je aktivan problem u fizici čestica, u čiju se svrhu sve više koriste metode strojnog učenja. U ovom seminaru istražene su različite reprezentacije mlazova u lundskoj ravnini pogodne za treniranje neuronskih mreža i rezultati su uspoređeni sa standardnim metodama te međusobno.

## 1 Uvod

Kvark i gluon, elementarne čestice koje sačinjavaju protone i neutrone, su jedna o glavnih tema istraživanja na LHC-u. Unatoč tom, te čestice se nikad ne opažaju samostalno u prirodi, već se nakon procesa hadronizacije opažaju u detektoru kao uski snop bezbojnih čestica. Te čestice i njihove količine gibanja se zatim rekombiniraju prigodnim algoritmima kako bi se definirali mlazovi.

Određivanje porijekla mlaza, odnosno iz koje čestice od dvije navedene potječe, je jedan od aktivnijih problema u fizici i postoji nekoliko općenitih metoda, koje se u grubo mogu podijeliti na dvije. Jedna je razlikovanje mlazova na temelju vjerojatnosti mjerjenjem neke observable mlaza, dok u drugu metodu spadaju različite implementacije strojnog učenja.

Već je dosta radova opisalo metode iz obje skupine koje na temelju podataka u kalorimetru s velikom preciznošću određuju porijeklo mlaza. Neki od primjera iz prve skupine su iskorištavanje razlike u bojnom faktoru koji utječe na opseg i količinu čestica unutar snopa, ili relativne količine gibanja čestica u odnosu na vodeći snop koji pokazuju drugačije ponašanje u slučaju kvarka i gluona[1]. Metode koje spadaju u drugu skupinu koriste razne mreže poput konvolucijskih neuronskih mreža[2], LSTM (Long Short-Term Memory) mreža[3] i GAM-ova (generativna adversarialna mreža)[4].

U ovom seminaru ćemo se baviti konstrukcijom povoljnih reprezentacija mlazova za strojno učenje u koordinatama lundske ravnine[5]. Za početak je opisana konstrukcija i svojstva lundske ravnine, potom su dane osnove modela strojnog

učenja koje se planiraju koristiti i na kraju reprezentacije lundske ravnine i rezultati.

## 2 Lundska ravnina

### 2.1 Konstrukcija lundske ravnine

Kako bi se definirao mlaz, čestice se različitim algoritmima rekombiniraju. Jedan od tih algoritama je Cambridge-Aachen algoritam. Njime se u svakom koraku za detektirane čestice izračunaju pseudorapiditet  $y = \frac{1}{2} \ln \frac{E+p_z}{E-p_z}$  i azimut  $\phi = \cos^{-1} \frac{p_x}{p_t}$  te se nakon toga dvije s najmanjom udaljenošću  $\Delta_{ab} = (\phi_a - \phi_b)^2 + (y_a - y_b)^2$  rekombiniraju u pseudomlaz zbrajanjem 4-vektora količine gibanja  $p = p_a + p_b$ . Ovaj postupak se ponavlja dok sve čestice nisu rekombinirane u jedan mlaz ili dok pseudomlazovi nisu udaljeni više od neke udaljenosti  $\Delta_{ab} > \Delta$ . Izbor baš ovog algoritma naspram ostalih nije slučajan i dana su dobra obrazloženja[6].

Kako bi se prebacili u lundsku ravninu, postupak je sljedeći:

1. Krečući od rekombiniranog mlaza, rastavljamo ga na dva pseudomlaza  $a$  i  $b$ , za koje je  $p_a > p_b$ . U aproksimaciji  $p_a \gg p_b$  možemo smatrati  $b$  malom emisijom energije vodećeg (pseudo)mlaza  $a$ .
2. Određene su lundske varijable:

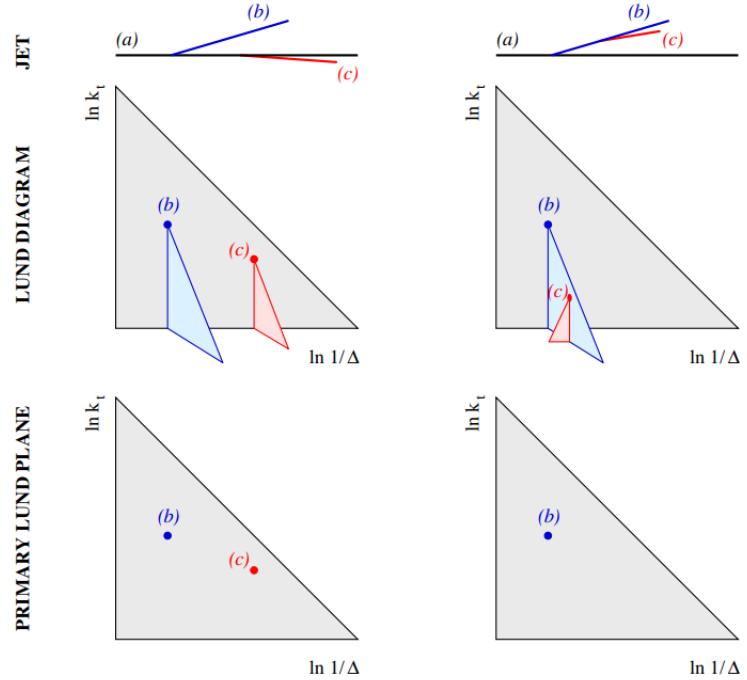
$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_{ab} & k_t &= p_{tb}\Delta & m^2 &= (p_a + p_b)^2 \\ z &= \frac{p_{tb}}{p_{tb} + p_{ta}} & \kappa &= z\Delta & \psi &= \tan^{-1} \frac{y_a - y_b}{\phi_a - \phi_b} \end{aligned}$$

Može se primjetiti da u limesu  $p_a \gg p_b$  i  $\Delta \ll 1$ , varijabla  $k_t$  označava transverzalnu količinu gibanja u odnosu na odgovarajući pseudomlaz, dok je  $z$  relativni iznos. Lundska ravnina se najčešće prikazuje u  $\ln k_t$ - $\ln 1/\Delta$  ili  $\ln z$ - $\ln 1/\Delta$  koordinatnom sustavu. S  $\tau^{(i)} = \{k_t^{(i)}, \Delta^{(i)}, z^{(i)}\}$  označavamo skup varijabli odgovarajućeg rastavljanja pseudomlaza odnosno  $i$ -tog koraka ovog postupka.

3. Vraćamo se na prvi korak i ponavljamo postupak za vodeći pseudomlaz  $a$ . Na kraju nam preostaje skup  $T = \{\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \dots\}$  koji sadrži sve korake rastavljanja vodećeg pseudomlaza, čime dobivamo primarnu lundsku ravninu. Postupak se može ponoviti i za ostale pseudomlazove i tako dobiti sekundarnu, tercijarnu itd. lundsku ravninu.

Na slici 1 je prikazan primjer prikaza lundske ravnine u kojoj  $a$  predstavlja vodeći mlaz. U prvom slučaju na lijevoj strani su  $b$  i  $c$  emisije od kojih svaka može imati ulogu sekundarnog pseudomlaza koji također može emitirati čestice. Na slici se vidi trokutasti oblik faznog prostora u lundskoj ravnini te sekundarni fazni prostori koji nastaju emisijom vodećeg mlaza. Na najdonjoj slici su emisije u primarnoj lundskoj ravnini prikazane točkama bez odgovarajućih sekundarnih faznih prostora.

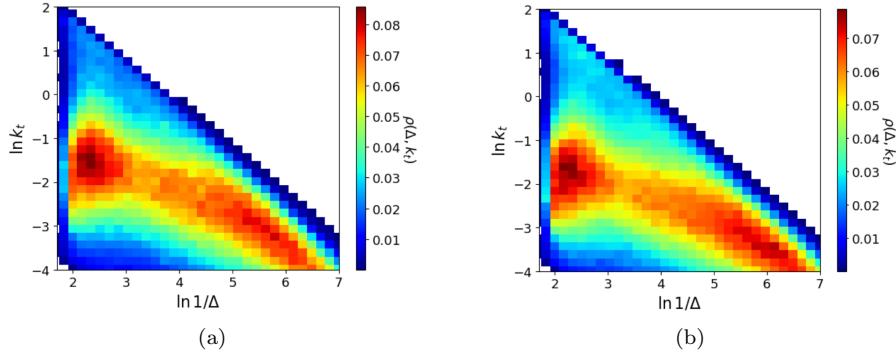
Na desnoj slici  $b$  zadržava ulogu emisije koja stvara sekundarnu ravninu, dok  $c$  preuzima ulogu tercijarne. U ovom slučaju  $c$  ne prikazujemo u primarnoj ravnini.



Slika 1: Primjer prikaza lundske ravnine. Slika preuzeta iz [1].

## 2.2 Gustoća emisije u lundskoj ravnini

Korisno je promotriti gustoću emisije u (primarnoj) lundskoj ravnini za kvarkove i gluone, odakle bi se možda dalo naslutiti koja će svojstva neuronska mreža učiti kako bi razlikovala mlazove. Veličina koju prikazujemo za svaku česticu je konkretno



Slika 2: Prikaz gustoće emisije u primarnoj lundskoj ravnini za gluon (a) i kvark (b).

$$\rho(\Delta, k_t) = \frac{1}{N_{mlaz}} \frac{d^2 N}{d \ln k_t d \ln 1/\Delta}$$

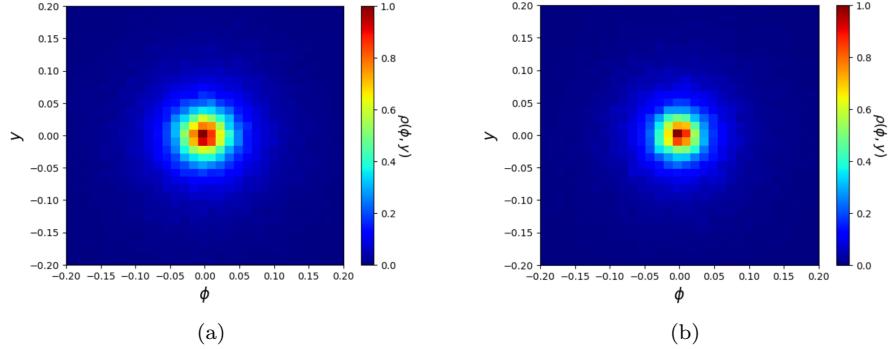
U praksi se ovakve veličine dobiju skupljanjem uzorka u binove odnosno stvarajući dvodimenzionalni histogram. Na lijevoj strani je prikazana gustoća emisije u primarnoj lundskoj ravnini za mlazove gluona, a na desnoj kvarkova, transverzalne količine gibanja  $80\text{GeV} < p_t < 90\text{GeV}$ . Razlike između slika nisu lako uočljive i stoga je teško razlikovati mlazove. Nama je zato cilj naći prikladnu reprezentaciju pojedinog mlaza u lundskoj ravnini kako bi uspješno trenirali neuronske mreže.

### 3 Strojno učenje i mlazovi

#### 3.1 Slike mlazova

Instruktivno je pogledati kakve se inače[8] reprezentacije mlazova rade u istu svrhu. Na slici 3 su prikazane gustoće energija mlazova u  $y - \phi$  ravnini za isti set kvarkova i gluona. Slike otprilike oponašaju kako detektor „vidi“ mlaz. Između mlazova je također teško vidjeti razliku, ali jedna od uočljivih stvari je da su mlazovi različite širine. To se može objasniti kao rezultat različitog bojnog faktora kvarkova i gluona. Inspirirani ovim rezultatom, neuronskoj mreži možemo kao ulazne podatke slati pikselizirane slike pojedinačnog mlaza, u kojem su aktivirani točno određeni pikseli intenzitetom koji odgovara transverzalnoj količini gibanja (slika 4).

Poučeni ovim primjerom zadatak nam je pronaći analogno prikladne reprezentacije ulaznih podataka za strojno učenje u lundskoj ravnini.



Slika 3: Prikaz gustoće emisije u  $y-\phi$  ravnini za gluon (a) i kvark (b) za mlazove tr. količine gibanja 80-90 GeV.

### 3.2 Konvolucijske neuronske mreže

Ukratko ćemo objasniti pojам konvolucijskih neuronskih mreža[9]. Shema jedne takve mreže je prikazana na slici 5, i sastoји se od ulaznog sloja, konvolucijskih slojeva i slojeva sažimanja, i potpuno povezanih slojeva.

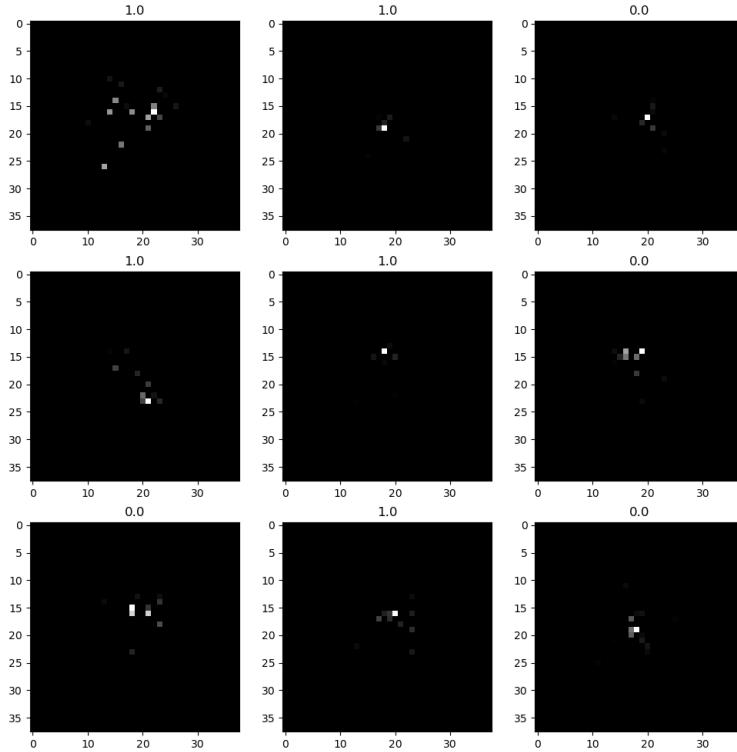
Konvolucijske neuronske mreže kao ulazne podatke primaju slike (odnosno matrice) u ulazni sloj, pomoću kojeg se slika dovodi do konvolucijskog sloja. Konvolucijski sloj sliku konvoluira s određenim brojem filtara i tako kreira „mapu značajki“. Na ovaj način mreža može učiti prepoznavati značajke slike. Općenito što je kovolucijski sloj dublji, to kompleksnije strukture slike može prepoznavati. Hiperparametri modela koji se definiraju u konvolucijskom sloju su broj filtara  $d$ , veličina filtra  $f$ , dopunjavanje  $p$  i korak  $s$  (slika 6).

Sloj sažimanja smanjuje širinu i visinu slike koju primi, te je uz to bitan jer je invarijantan na male translacije piksela, što je korisno kad je važno je li slika sadrži neki element, a ne i gdje. Koriste se sažimanje prosječnom i maksimalnom vrijednošću (slika 7).

Potpuno povezani slojevi su sastavni dio klasične neuronske mreže i svaki pojedinačni neuron iz sloja je potpuno povezan sa svakim iz idućeg i prijašnjeg. Učenje neuronske mreže odvija se metodom propagacije pogreške unatrag. Težine svakog neurona se u svakom koraku mijenjaju ovisno o pogrešci i stopi učenja. Postoje razne arhitekture mreža koje su prikladne za pojedine probleme. Postoje također algoritmi za optimizaciju učenja koji mijenjaju parametre tijekom učenja kako bi se ubrzao proces.

### 3.3 Slike mlazova u lundskoj ravnini

Općeniti problem sa slikama mlazova je manjak informacija na slici, s obzirom da se većina piksela neće aktivirati. Oni pikseli koji će se aktivirati ne mogu sami po sebi nositi previše informacija. Jedan od načina da se sadržaj slike poveća je da se ovim pikselima kroz više kanala (odnosno boja) doda intenzitet proporcionalan nekim fizikalnim vrijednostima, što je već i bilo prikazano

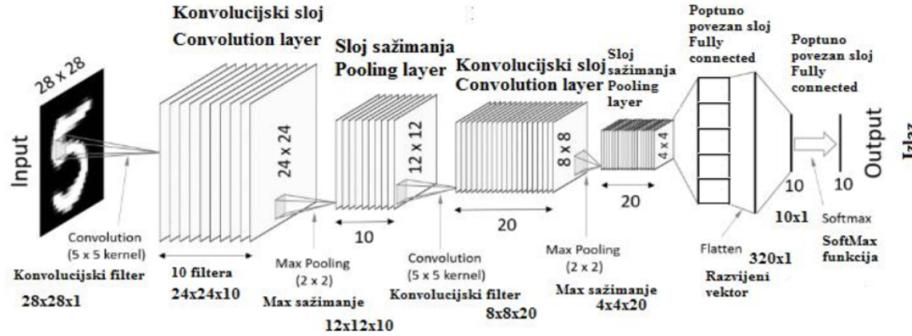


Slika 4: Primjer ulaznih podataka. Jedinice odgovaraju kvarkovima, a nule gluonima.

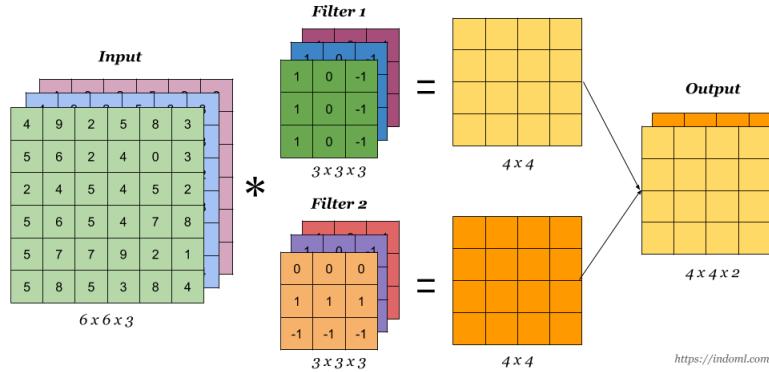
u prijašnjem slučaju kada smo aktiviranim pikselima pridružili transverzalnu količinu gibanja.

Razne su tehnike još korištene kako bi se unaprijedio proces učenja. „Groming“ i „trimming“ mlazova su ukratko metode kojim se smanjuje opseg mlaza ili uklanja čestice energije ispod neke granice kako bi se dodatno ispitala unutarne struktura mlaza ili ubrzao proces učenja, međutim pitanje je i koliko takve metode utječu na sama svojstva mlaza (poput npr. ukupne mase).

Za početak, po uzoru na već spomenuti primjer, možemo uzeti pikselizirane slike mlazova u primarnoj ludskoj ravnini, gdje je pojedini piksel „upaljen“ ako je na njegovim koordinatama došlo do emisije, kao na slici 8a. Veličina dostupnih piksela („binning“ na slikama) je bila uniformna i proporcionalna zauzetom



Slika 5: Primjer konvolucijske neuronske mreže. Slika preuzeta iz [7].

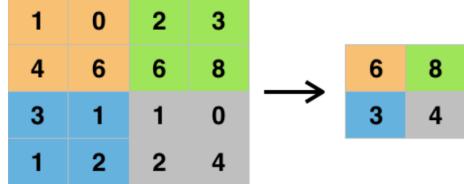


Slika 6: Primjer djelovanja filtra na sliku. Slika preuzeta iz [13]

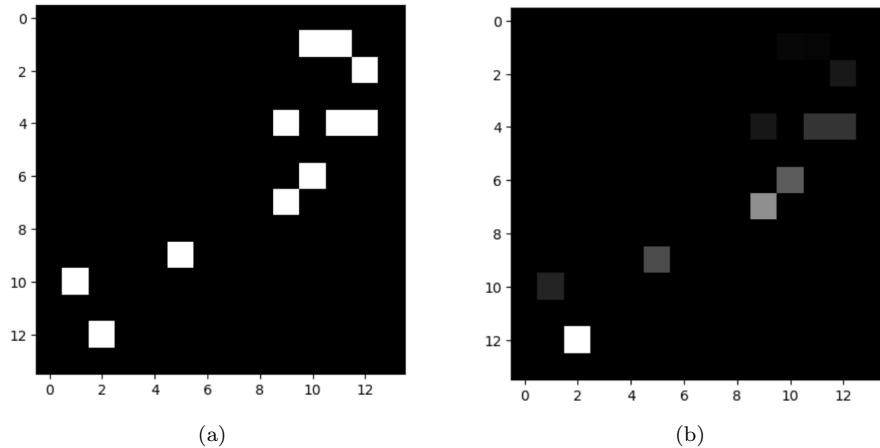
intervalu pojedinog mlaza. Njihov broj je bio jednak broju emisija. Konstantne veličine i broj piksela su također isprobane, ali nisu značajno utjecale na rezultat. Pametan način da se uneše dodatne informacije u sliku je da se svaki upaljeni piksel osvijetli s intenzitetom[10] lundske varijable  $z$  koja odgovara udjelu transverzalne količine gibanja emisije na vodeći mlaz (slika 8b). Slike su nadopunjene do veličine 14x14x1 i normalizirane. Promatrajući samo primarnu ravninu smo izgubili jedan dio informacija ali smo znatno smanjili veličinu slike i tim broj potrebnih parametara u mreži.

Kako smo i prije rekli, moguće je dodati još kanala u sliku, pa su tako na slici 9 dodane preostale lundske varijable  $\psi$  i  $m^2$  pa je sad veličina slike 14x14x3.

Još jedan način kako bi mogli složiti sliku emisija je da emisije vodećeg mlaza budu složene u prvi kanal, sekundarnog u drugi, itd. Izgled ovakve reprezentacije je sličan kao na slici 9, ali nosi dodatne informacije o konstituciji mlaza. Primjer možemo vidjeti na slici 10. Vodeći mlaz dominira sa crvenim bojama, sekundarni (pseudo)mlaz nema emisiju, dok tercijarni ima jednu emisiju. Problem s



Slika 7: Sažimanje maksimalnom vrijednošću filtrom veličine  $2 \times 2$  i korakom 2. Slika preuzeta iz [13].

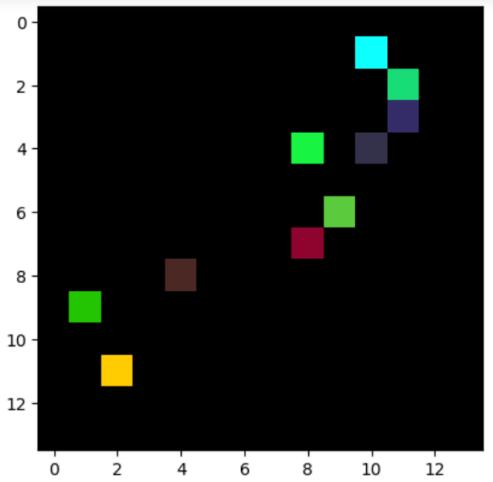


Slika 8: Prikaz emisija vodećeg mlaza u jednom kanalu bez intenziteta (a) i sa intenzitetom proporcionalnom udjelu tr. količine gibanja (b)

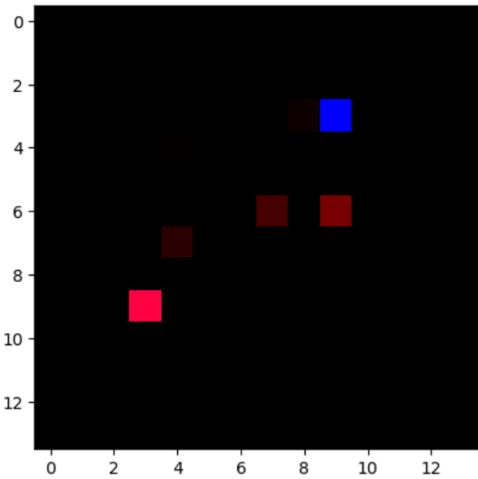
ovakvim reprezentacijama je što najčešće sekundarni ili tercijarni pseudomlazi nemaju mnogo emisija, pogotovo u našem slučaju mlazova do 90 GeV.

Slike se također i umjesto u obliku  $14 \times 14$ , mreži mogu poslat u obliku jednodimenzionalnog vektora  $196 \times 1$ , odnosno izravnavaajući matricu i zaobilazeći konvolucijske slojeve. Moguće su i varijacije tog oblika gdje se mreži šalju isključivo koordinate emisija kao npr.  $\{\ln \Delta, \ln k_t, z\}$ .

Kao model za usporedbu ćemo koristiti već spominjani prikaz mlaza u  $y - \phi$  ravnini (slika 4), u kojem intenzitet piksela odgovara transverzalnoj količini gibanja. Ove slike su nadopunjene do veličine  $38 \times 38 \times 1$  i normalizirane. Također su standardizirane na način da je svaka centrirana u težište. Ovo fizikalno odgovara rotaciji oko  $z$  osi i Lorentzovom potisku u  $z$  smjeru, te obje transformacije ostavljaju transverzalnu količinu gibanja i stoga intenzitet invarijantnim. Moguće je napraviti još nekoliko koraka predprocesiranja slika, ali usporedbom nismo dobili značajne razlike u rezultatima pa ih izostavljamo.



Slika 9: Primjer mlaza u lundskoj ravnini s 3 ulazna kanala.



Slika 10: Primjer mlaza u lundskoj ravnini gdje svaki kanal odgovara nekom redu emisija. Na slici je prikaz za do 3 kanala.

### 3.4 Arhitektura

Za sve reprezentacije mlaza slikama je korišten isti model (inspiriran modelom u [11]), koji je sastavljen od redom: dva konvolucijska sloja sa 32 filtra veličine 3x3, jednog sloja sažimanja maksimalnog odabira veličine 2x2, sloja isključenja od 25%, dva konvolucijska sloja sa 64 filtra veličine 3x3, jednog sloja sažimanja maksimalnog odabira veličine 2x2, sloja isključenja od 25%, te zatim jednog

potpuno povezanog sloja od 300 neurona, sloja isključenja od 25% i na kraju jednog izlaznog neurona.

Sve aktivacijske funkcije su linearne rektificirane jedinice (ReLU), osim na zadnjem neuronu gdje je sigmoid funkcija kao klasifikator između 0 i 1. Kao funkciju cijene koristimo binarnu unakrsnu entropiju. Također je korišten „Adam” optimizator koji ubrzava učenje u algoritmu stohastičkog gradijentnog spusta.

Model koji ćemo koristiti za klasifikaciju mlazova bez slike se sastoji od 3 potpuno povezana sloja veličine 100, između kojih se nalazi po jedan sloj isključenja od 50% kako bi izbjegli prenaučenost u ranim fazama treninga. Svaki model je treniran 30 epoha ili je zaustavljen ako 7 epoha nema napretka.

Svi modeli su implementirani u programskom jeziku Python (3.9.13) u Tensorflowu (2.9.1). Trening se odvijao u serijama od 40. Kao glavni skup za trening smo koristili podatke dobivene na sudsudarivaču transverzalne količine gibanja 80-90 GeV, od čega je 65000 kvarkova i 65000 gluona. Poslije tog smo napravili sličnu analizu na podacima od 25000 kvarkova i 25000 gluona transverzalne količine gibanja 500-550 GeV generirane programom Pythia[12] za usporedbu. Validacijski skup je u vijek činio 20% podataka.

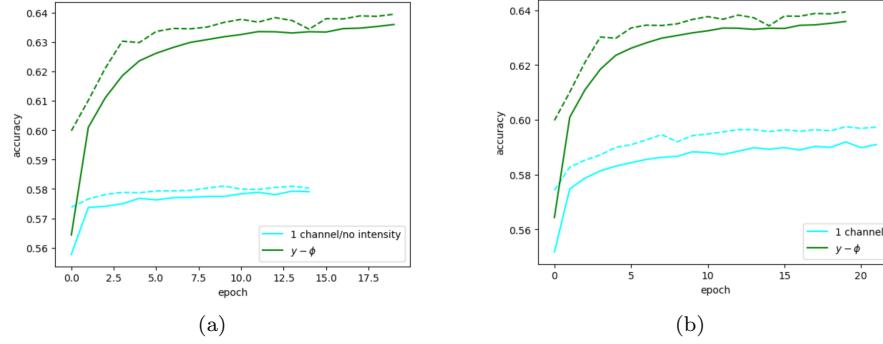
## 4 Rezultati

### 4.1 Mlazovi transverzalne količine gibanja 80-90 GeV

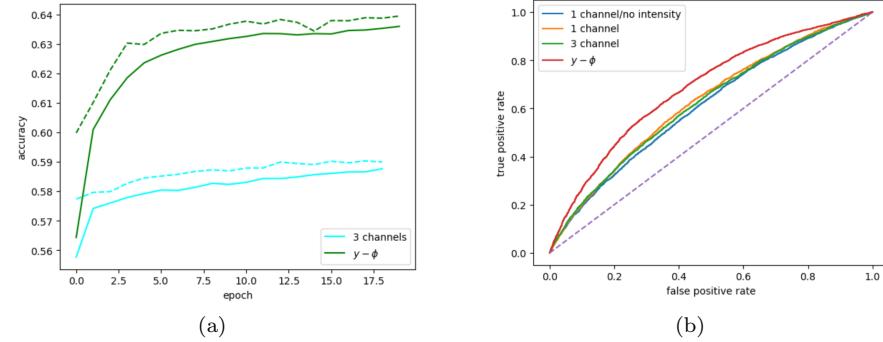
Prvo su odrađeni i uspoređeni treninzi za reprezentacije u kojima su pojedini aktivirani pikseli konstantni ili imaju odgovarajući intenzitet varijable  $z$  u primarnoj lundskoj ravnini. Rezultati su prikazani na slikama 11 i 12. Na ROC krivulji se lijepo vidi da najbolji rezultat ima prikaz u  $y - \phi$  ravnini gdje model postiže validacijsku preciznost od oko 64%, te zatim naše reprezentacije s intenzitetom koje postižu preciznost od oko 60%, i na kraju reprezentacija bez intenziteta s preciznošću od oko 58%. Također se može vidjeti da je reprezentacija bez intenziteta najprije postigla konvergenciju i krenula postizati prenaučenost, te je dodatak barem jedne varijable intenziteta poboljšalo preciznost za 2%. Dodatak ostalih varijabli u više kanala nažalost nije dodatno poboljšalo rezultate, nego je model samo prije krenuo postizati prenaučenost.

Dalje smo uzeli reprezentaciju s jednim kanalom i intenzitetom varijable  $z$  te je izravnali kako bi je poslali neuronskoj mreži od 3 povezana sloja. Istoj mreži smo i poslali ulazne podatke u obliku  $\{\ln \Delta, \ln k_t, z\}$  te usporedili rezultate koji su prikazani na slici 13. Reprezentacija tripteta je značajno uspješnija od reprezentacije matrice, s preciznošću na validacijskom skupu od oko 60%, što je rezultat sličan rezultatima konvolucijskih mreža koje smo koristili.

Za kraj smo konvolucijskoj mreži poslali reprezentaciju u kojoj su kanali emisije vodećeg, sekundarnog i tercijarnog mlaza i usporedili s reprezentacijom



Slika 11: Prikaz treninga za prikaze lundske ravnine s jednim kanalom sa (b) i bez intenziteta (a). Isprekidanom linijom je označena preciznost na validacijskom, a punom na trenažnom skupu. Zelenom linijom je prikazan trening za slike u  $y - \phi$  ravnini.



Slika 12: Prikaz treninga za prikaz lundske ravnine s 3 kanala (a). ROC krivulje su prikazane na (b) strani za sve 3 reprezentacije.

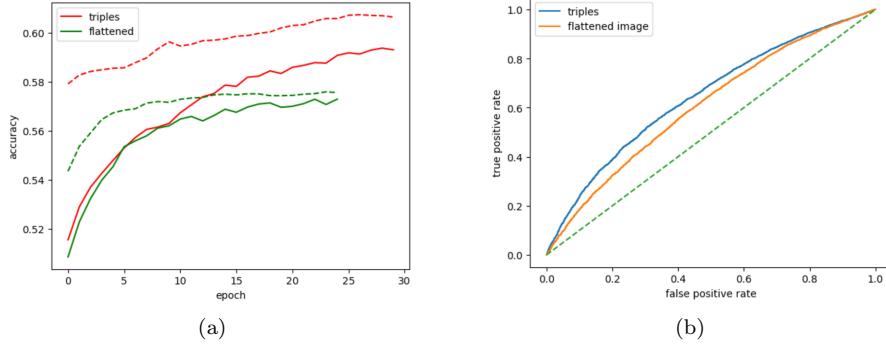
jednog kanala s intenzitetom varijable  $z$  i reprezentacijom u  $y - \phi$  ravnini. Na slici 14 su dobiveni rezultati.

Može se vidjeti da se dodavanjem sekundarne i tercijarne lundske ravnine poboljšala preciznost na validacijskom skupu koja je otprilike 61%. Osnovna reprezentacija u  $y - \phi$  ravnini i dalje dava najbolje rezultate.

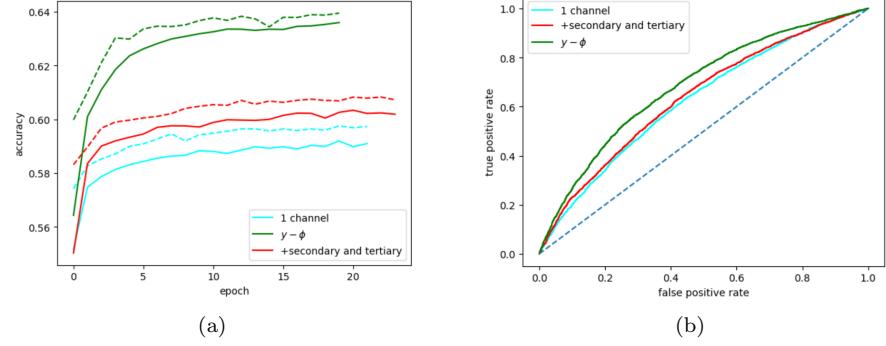
## 4.2 Mlazovi transverzalne količine gibanja 500-550 GeV

Analognu analizu smo napravili za odabране reprezentacije i za mlazove znatno veće transverzalne količine gibanja.

Na slici 15 i 16 se mogu vidjeti rezultati treninga modela za svaku reprezentaciju i ROC krivulja. Svi rezultati su značajno bolji u odnosu na rezultate za mlazove od 80-90 GeV. Također, kao i prije, reprezentacija u  $y - \phi$  ravnini postiže najbolji



Slika 13: Prikaz treninga modela obične neuronske mreže (a). ROC krivulje za dvije navedene reprezentacije (b).

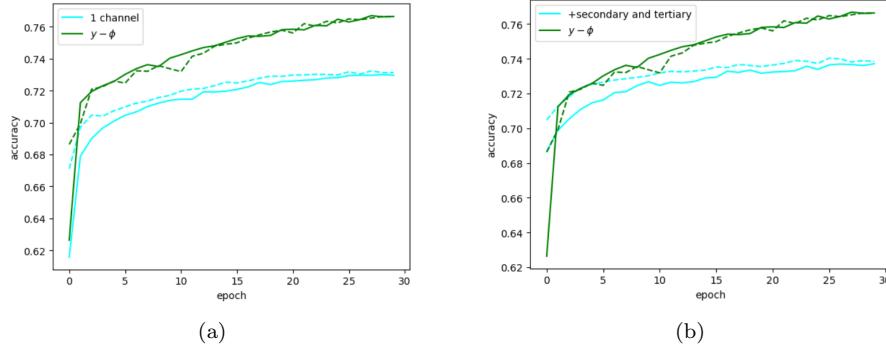


Slika 14: Prikaz treninga s reprezentacijama od 3 kanala u kojim su kanali emisije vodećeg, sekundarnog i tercijarnog mlaza usporedno s već spomenutim rezultatima (a). ROC krivulje za 3 navedene reprezentacije (b).

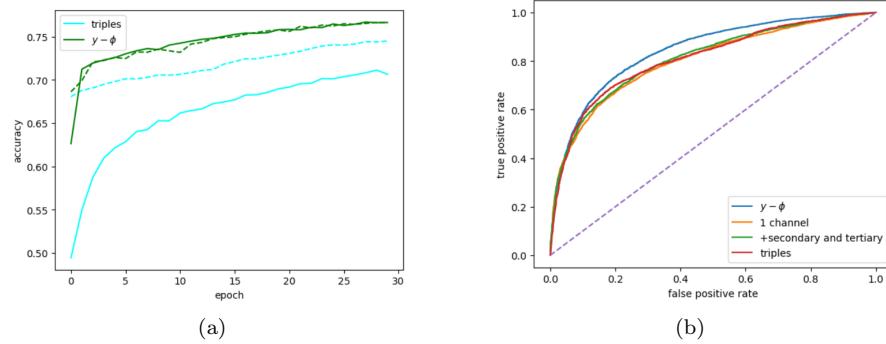
rezultat od oko 76% točnosti na validacijskom skupu. Ostale reprezentacije postižu međusobno sličnu i oko 2% manju točnost, što je napredak u odnosu na prijašnji skup.

### 4.3 Diskusija

Standardna reprezentacija u kojoj je mlaz prikazan u  $y - \phi$  ravnini je postizao najbolju preciznost u oba slučaja, i to nije iznenađujuće rezultat s obzirom da ona nosi puno informacija o mlazu. Ono što je iznenađujuće je da reprezentacije u primarnoj lundskoj ravnini uspijevaju postići preciznost samo 4%, bez obzira na zanemarivanje znatnog udjela broja čestica, uvodeći strukturu u mlaz. Vidjeli smo i zato da dodavanje barem još dva kanala koji odgovaraju sekundarnoj i tercijarnoj emisiji dodatno poboljšaju rezultat za 1 – 2%, što odgovara tome da lošiji rezultat dolazi od gubitka informacija nižih redova emisije.

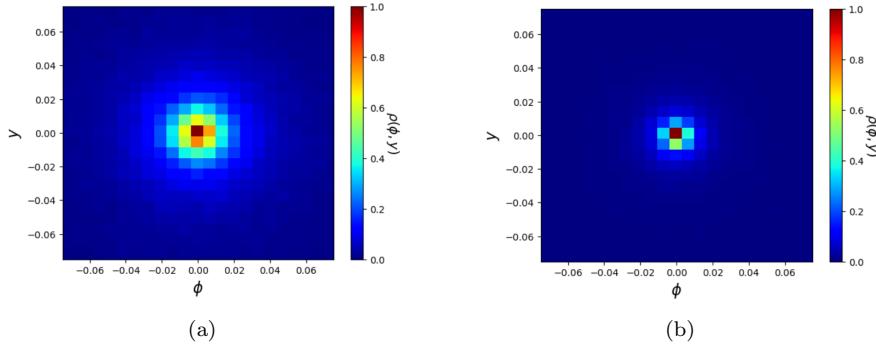


Slika 15: Prikaz treninga za prikaze lundske ravnine s jednim kanalom sa intenzitetom lundske varijable  $z$  (a) i prikaz treninga s reprezentacijama od 3 kanala u kojim su kanali emisije vodećeg, sekundarnog i tercijarnog mlaza (b). Isprekidanom linijom je označena preciznost na validacijskom, a punom na trenažnom skupu. Zelenom linijom je prikazan trening za slike u  $y - \phi$  ravnini.



Slika 16: Prikaz treninga modela obične neuronske mreže (a). ROC krivulje za 4 navedene reprezentacije (b).

Potrebno je i komentirati razliku rezultata za dva skupa koja su promatrana. Skup koji je bio glavni objekt analize su bili mlazovi dobiveni na sudsarivaču, transverzalne količine gibanja 80-90 GeV, dok je skup za usporedbu bio generiran programom Pythia, transverzalne količine gibanja 500-550 GeV. Razlog zbog čega su rezultati bolji za potonji skup se može objasniti tim da su razlike u svojstvima kvarkova i gluona naglašenije zbog razlike u količini gibanja. Jedna takva razlika se jako dobro vidi usporedbom slike 3 i slike 17 koje prikazuju gustoće čestica u mlazovima za naša dva skupa. U drugom slučaju je razlika u opsegu između mlaza kvarka i gluona puno više uočljiva i zato je normalno za očekivati da će i neuronskoj mreži biti lakše raspoznati čestice.



Slika 17: Prikaz gustoće emisije u  $y - \phi$  ravnini za gluon (a) i kvark (b) za mlazove tr. količine gibanja 500-550 GeV.

Još se može napomenuti da je model obične neuronske mreže (u odnosu na konvolucijsku) postizao jako dobre rezultate, pa je tako kod drugog skupa imao bolju preciznost sa 74% na validacijskom skupu, dok je na prvom skupu bio neznatno manje precizan nakon 30 epoha treninga od modela konvolucijske mreže. Zanimljivo bi bilo pogledati kako bi promjena modela konvolucijske mreže (više filtera ili slojeva) utjecala na ove rezultate. Neki od modela također nisu krenuli pokazivati naznake konvergencije nakon 30 epoha pa bi se mogli još trenirati.

Za kraj, treba napomenuti da su se već neke naprednije metode strojnog učenja poput rekurzivnih mreža uspješno koristile kako bi se odredilo porijeklo mlaza pomoću lundske ravnine. Takve metode bi se potencijalno mogle koristiti kako bi se unaprijedila efikasnost prepoznavanja porijekla i za mlazove niže količine gibanja, što se ovdje pokazalo kao problem.

## 5 Zaključak

Određivanje porijekla mlaza je aktivni problem u fizici čestica. Ovdje smo opisali konstrukciju lundske ravnine i njenu primjenu u strojnom učenju kao jedno od potencijalnih rješenja problema. Uspoređeno je nekoliko reprezentacija i modela međusobno, te s već standardnim metodama. Za daljnji i veći napredak je potrebno istražiti bolje modele mreža koji već sada obećavaju.

## Literatura

- [1] J. Gallicchio and M. D. Schwartz, JHEP **04** (2013), 090 doi:10.1007/JHEP04(2013)090
- [2] J. S. H. Lee, I. Park, I. J. Watson and S. Yang, J. Korean Phys. Soc. **74** (2019) no.3, 219-223 doi:10.3938/jkps.74.219 [arXiv:2012.02531 [hep-ex]]

- [3] S. Egan, W. Fedorko, A. Lister, J. Pearkes and C. Gay, [arXiv:1711.09059 [hep-ex]]
- [4] L. de Oliveira, M. Paganini and B. Nachman, Comput. Softw. Big Sci. **1** (2017) no.1, 4 doi:10.1007/s41781-017-0004-6 [arXiv:1701.05927 [stat.ML]]
- [5] ] B. Andersson, G. Gustafson, L. Lonnblad, and U. Pettersson, Coherence Effects in Deep Inelastic Scattering, Z. Phys. C43 (1989) 625
- [6] F. A. Dreyer, G. P. Salam and G. Soyez, JHEP **12** (2018), 064 doi:10.1007/JHEP12(2018)064 [arXiv:1807.04758 [hep-ph]]
- [7] Dabovic, M., Tartalja, I. 2017. Duboke konvolucijske neuronske mreže – koncepti i aktuelna istraživanja. Objavljeno u: Zbornik 61. Konferencije za elektroniku, telekomunikacije, računarstvo, automatiku i nuklearnu tehniku, ETRAN 2017. VII.1.1-6. Kladovo, Srbija
- [8] L. de Oliveira, M. Kagan, L. Mackey, B. Nachman and A. Schwartzman, JHEP **07** (2016), 069 doi:10.1007/JHEP07(2016)069 [arXiv:1511.05190 [hep-ph]]
- [9] Džomba, K. (2018). 'Konvolucijske neuronske mreže', Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:020017>
- [10] F. A. Dreyer, G. Soyez and A. Takacs, JHEP **08** (2022), 177 doi:10.1007/JHEP08(2022)177 [arXiv:2112.09140 [hep-ph]]
- [11] S. Macaluso and D. Shih, JHEP **10** (2018), 121 doi:10.1007/JHEP10(2018)121 [arXiv:1803.00107 [hep-ph]]
- [12] T. Sjostrand, S. Ask, J. R. Christiansen, R. Corke, N. Desai, P. Ilten, S. Mrenna, S. Prestel, C. O. Rasmussen, and P. Z. Skands, An Introduction to PYTHIA 8.2, Comput. Phys. Commun. 191 (2015) 159–177, [arXiv:1410.3012].
- [13] <https://www.indoml.com>