

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

drugi kolokvij - 1. veljače 2019.

1. (bodovi: 3 + 1 + 3)

Poznato je da se površina trokuta može izraziti kao polovina umnoška duljine jedne njegove stranice i duljine visine na tu stranicu.

- (a) Bez primjene trigonometrije izvedite formulu za duljinu polumjera trokutu opisane kružnice izraženu pomoću duljina stranica i površine tog trokuta.
- (b) Izrazite površinu trokuta pomoću duljina njegovih dviju stranica i odgovarajuće trigonometrijske funkcije kuta među njima.
- (c) Iskažite teorem o sinusima i dokažite ga pomoću (a) i (b) dijela zadatka.

2. (bodovi: 3 + 4)

Na stranici \overline{BC} kvadrata $ABCD$ zadana je točka E , a na stranici \overline{CD} točka F tako da je $\sphericalangle EAF = 45^\circ$. Neka su točke M i N sjecišta dijagonale \overline{BD} s dužinama \overline{AE} i \overline{AF} , redom.

- (a) Dokažite da je četverokut $ABEN$ tetivan.
 - (b) Dokažite da se pravci EN i FM sijeku u ortocentru trokuta AEF .
- 3.** Izvan kvadrata $ABCD$ dane su točke E i F takve da su trokuti AEB i BFC jednakostranični. Neka je točka S sjecište dijagonala kvadrata $ABCD$, a točka T sjecište pravaca EC i FD . Odredite kut $\sphericalangle STE$.

(Uputa: Promatrajte rotaciju ravnine s centrom u točki S .)

- 4.** Dan je pravokutni trapez $ABCD$ s pravim kutom u vrhu A kojemu je osnovica \overline{AB} dvostruko dulja od osnovice \overline{DC} . Kružnica k prolazi točkama A , B i D . Pravac BC siječe kružnicu u točki Q . Izrazite

- (a) duljinu dužine \overline{BQ}
- (b) duljinu dužine \overline{AQ}

pomoću mjere kuta $|\sphericalangle ABC| = \beta$ i duljine stranice $|DC| = c$.

- 5.** Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Točka P neka je polovište brida $\overline{DD'}$, a točka Q na bridu $\overline{AA'}$ takva da je $|AQ| : |QA'| = 1 : 3$. Odredite omjer volumena dvaju dijelova na koje ravnina koja prolazi točkama B , P i Q dijeli danu kocku.

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

drugi kolokvij - 1. veljače 2019.

1. (bodovi: 1 + 3 + 3)

Poznato je da se površina trokuta može izraziti kao polovina umnoška duljine jedne njegove stranice i duljine visine na tu stranicu.

- Izrazite površinu trokuta pomoću duljina njegovih dviju stranica i odgovarajuće trigonometrijske funkcije kuta među njima.
- Bez primjene trigonometrije izvedite formulu za površinu trokuta izraženu pomoću duljina njegovih stranica i duljine polumjera tom trokutu opisane kružnice.
- Iskažite teorem o sinusima i dokažite ga pomoću (a) i (b) dijela zadatka.

2. (bodovi: 3 + 4)

Na stranici \overline{BC} kvadrata $ABCD$ zadana je točka M , a na stranici \overline{CD} točka N tako da je $\sphericalangle MAN = 45^\circ$. Neka su točke E i F sjecišta dijagonale \overline{BD} s dužinama \overline{AM} i \overline{AN} , redom.

- Dokažite da je četverokut $AEND$ tetivan.
- Dokažite da se pravci MF i NE sijeku u ortocentru trokuta AMN .

3. Izvan kvadrata $ABCD$ dane su točke P i Q takve da su trokuti CPD i DQA jednakostranični. Neka je točka S sjecište dijagonala kvadrata $ABCD$, a točka T sjecište pravaca AP i BQ . Odredite kut $\sphericalangle STP$.

4. Dan je pravokutni trapez $ABCD$ s pravim kutom u vrhu C kojemu je osnovica \overline{AB} dvostruko dulja od osnovice \overline{DC} . Kružnica k prolazi točkama A , B i C . Pravac AD siječe kružnicu u točki P . Izrazite

- duljinu dužine \overline{AP}
- duljinu dužine \overline{BP}

pomoću mjere kuta $|\sphericalangle BAD| = \alpha$ i duljine stranice $|DC| = d$.

5. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Točka S neka je polovište brida $\overline{CC'}$, a točka T na bridu $\overline{DD'}$ takva da je $|DT| : |TD'| = 1 : 3$. Odredite omjer volumena dvaju dijelova na koje ravnina koja prolazi točkama A , S i T dijeli danu kocku.