

1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

prvi kolokvij - 22. studenog 2019.

Napomene: Kolokvij ima ukupno 5 zadataka, svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Odmah potpišite sva tri lista papira koje ste dobili.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.

Detaljno obrazložite svoje tvrdnje. Nemojte koristiti trigonometriju, vektore niti metode analitičke geometrije.

1. (bodovi: 2+2+3)

- (a) Zadane su točke M , N i P kao na slici. Označite točku koja je jednako udaljena od sve tri točke M , N i P . Obavezna je uporaba geometrijskog pribora.



- (b) Neka je ABC trokut sa stranicama duljina $a = |BC|$, $b = |CA|$, $c = |AB|$. Neka je D točka na \overline{AB} sa svojstvom da je CD simetrala kuta pri vrhu C . Izrazite $|AD|$ pomoću a , b i c .

- (c) Zadan je trokut ABC . Dokažite da je $|AB| < |BC| + |CA|$.

2. Točka E je polovište stranice \overline{CD} pravokutnika $ABCD$. Poznato je da se pravci BE i AC sijeku u točki F pod pravim kutom. Dokažite da je $|AF| = 2|FC|$ i da je $\sphericalangle ACB = \sphericalangle DFA$.
3. Nad stranicama kvadrata sa stranicama duljine d konstruirani su prema van jednako-kračni trapezi tako da su svi vrhovi svih tih trapeza ujedno vrhovi pravilnog dvanaesterokuta. Koliki je opseg tog dvanaesterokuta?
4. Neka je ABC pravokutan trokut s pravim kutom pri vrhu A i katetama duljina $|AB| = 16$ cm i $|AC| = 12$ cm. Neka je ADE pravokutan trokut s pravim kutom pri vrhu A , sukladan trokutu ABC , pri čemu točka D leži između A i B , a točka E leži između A i C . Izračunajte površinu presjeka trokuta ABC i ADE .
5. Neka je točka D polovište stranice \overline{BC} trokuta ABC . Točka P nalazi se na dužini \overline{AD} i pritom vrijedi $|AB| = |CP|$. Neka pravac CP siječe dužinu \overline{AB} u točki Q . Dokažite da vrijedi $|AQ| = |PQ|$.

1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

prvi kolokvij - 22. studenog 2019.

Napomene: Kolokvij ima ukupno 5 zadataka, svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Odmah potpišite sva tri lista papira koje ste dobili.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.

Detaljno obrazložite svoje tvrdnje. Nemojte koristiti trigonometriju, vektore niti metode analitičke geometrije.

1. (bodovi: 2+2+3)

- (a) Zadane su točke F , G i H kao na slici. Označite točku koja je jednako udaljena od sve tri točke F , G i H . Obavezna je uporaba geometrijskog pribora.



- (b) Neka je ABC trokut sa stranicama duljina $a = |BC|$, $b = |CA|$, $c = |AB|$. Neka je D točka na \overline{AB} sa svojstvom da je CD simetrala kuta pri vrhu C . Izrazite $|BD|$ pomoću a , b i c .

- (c) Zadan je trokut ABC . Dokažite da je $|BC| < |CA| + |AB|$.

2. Neka je $ABCD$ pravokutnik te neka je P polovište stranice \overline{AB} . Poznato je da se pravci AC i DP sijeku u točki Q pod pravim kutom. Dokažite da je $|BC| = |BQ|$ i da vrijedi $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BQC$.
3. Dan je kvadrat stranice duljine b . Nad stranicama tog kvadrata prema van su konstruirani jednakokračni trapezi tako da svi vrhovi svih tih trapeza tvore pravilan dvanaesterokut. Koliki je opseg tog dvanaesterokuta?
4. Neka je DEF pravokutan trokut s pravim kutom pri vrhu E i katetama duljina $|EF| = 12$ cm i $|DE| = 5$ cm. Neka je EGH pravokutan trokut s pravim kutom pri vrhu E , sukladan trokutu DEF , pri čemu točka G leži između E i F , a točka H leži između E i D . Izračunajte površinu presjeka trokuta DEF i EGH .
5. Neka je točka M polovište stranice \overline{AB} trokuta ABC . Točka K nalazi se na dužini \overline{CM} i pritom vrijedi $|AK| = |BC|$. Neka pravac AK siječe dužinu \overline{BC} u točki L . Dokažite da vrijedi $|KL| = |CL|$.