

1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

pismeni ispit - 2. veljače 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu.

Obrazložite svoje tvrdnje.

1. Neka je $ABCDEF$ šesterokut upisan u kružnicu. Dokažite da za njegove unutarnje kutove vrijedi

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F.$$

2. Neka je ABC šiljastokutni trokut i O središte njegove opisane kružnice. Označimo s A_1 , B_1 , C_1 točke osnosimetrične točki O u odnosu na pravce BC , CA , AB redom. Dokažite da je O ortocentar trokuta $A_1B_1C_1$.

3. Neka je ABC trokut s pravim kutom u vrhu C u kojem je $|AB| = 8$ i $|\sphericalangle CBA| = 60^\circ$. Rotacijom oko točke C za 30° , točke A i B preslikaju se u točke A' i B' . Odredite površinu presjeka trokuta ABC i $A'B'C$.

4. Dan je trokut ABC i na njegovoj težišnici \overline{BD} točka E . Neka je p pravac kroz točku E paralelan s AB te neka je q pravac kroz točku C paralelan s BD . Neka je F sjecište pravaca p i q . Dokažite da je $ABFE$ paralelogram.

5. Dana je kocka volumena a^3 . Označena su polovišta svih bridova kocke, a zatim je svaki vrh kocke odsječen ravninom koja prolazi polovištima triju bridova koji se sastaju u tom vrhu. Odredite broj strana, bridova i vrhova tako nastalog tijela te provjerite da za njega vrijedi Eulerova formula. Odredite volumen i oplošje tog tijela.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 20 bodova. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.