

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 5. veljače 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru. Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje.

Zadatak 1. (10 bodova)

- (a) Odredite ostatak pri dijeljenju broja $7^{2023^{2024}}$ s 11.
- (b) Neka su $p, n \in \mathbb{N}$ i neka je p prost broj. Odredite, ovisno o p i n , ostatak koji broj

$$1^{p!} \cdot 2^{(2p)!} \cdot \dots \cdot n^{(np)!}$$

daje pri dijeljenju s p .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 5. veljače 2024.

Zadatak 2. (10 bodova) Odredite sve prirodne brojeve n za koje postoji točno 80 prirodnih brojeva manjih od n koji su relativno prosti s n .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 5. veljače 2024.

Zadatak 3. (10 bodova) Odredite sve nultočke polinoma

$$p(x) = 2x^5 + 5x^4 - x^3 - x^2 - 4x + 2$$

ako je poznato da je $x_1 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ jedna njegova nultočka.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 5. veljače 2024.

Zadatak 4. (10 bodova) Riješite sustav

$$x + y + z = 2$$

$$(x + y)(x + z) + (y + x)(y + z) + (z + x)(z + y) = -15$$

$$xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) = 22$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1

Drugi kolokvij – 5. veljače 2024.

Zadatak 5. (10 bodova)a) Odredite koeficijente $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ako je poznato da polinom

$$f(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 + \alpha x + \beta$$

ima trostruku cjelobrojnu nultočku.

b) Rastavite na parcijalne razlomke (nije potrebno računati konstante u brojnicima):

$$\frac{1}{(4x^2 - 1)(2x + 1)(x^2 + x + 3)^2}.$$