

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

JMBAG: \_\_\_\_\_ Nastavnik: BOMBARDELLI PEJKOVIĆ

## KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

završna provjera znanja, 2. 7. 2019.

Vrijeme rješavanja je 60 minuta.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

### I. dio

U nastavku je navedeno 10 tvrdnji. Vaš je zadatak za svaku od njih utvrditi je li (uvijek) istinita ili ne. Ako smatrate da je tvrdnja istinita, zaokružite odgovor DA, a ako smatrate da tvrdnja nije istinita, zaokružite odgovor NE. Budite oprezni - točan odgovor donosi +0.5 bodova, pogrešan odgovor -0.5 bodova, a neodgovoreno pitanje 0 bodova. Ovaj dio donosi najviše 5 bodova, ali može "donijeti" i -5 bodova!

1. Kompozicija dviju homotetija ne može biti centralna simetrija. DA NE
2. Geometrijsko mjesto točaka čija je suma udaljenosti od dvaju okomitih pravaca konstantna je kvadrat. DA NE
3. Potencija točke s obzirom na kružnicu je 0 ako je ta točka središte kružnice. DA NE
4. Sve translacije i sve centralne simetrije tvore komutativnu grupu. DA NE
5. Ako su  $A, B, C, D$  različite točke koje u tom poretku leže na jednom pravcu, onda je dvoomjer  $(ABCD)$  nužno pozitivan. DA NE
6. Za dane duljine  $a$  i  $b$  i prirodni broj  $n$ , ravnalom i šestarom moguće je konstruirati dužinu duljine  $\sqrt{nab}$  samo ako je  $n$  Fermatov prost broj. DA NE
7. Kružnica ortogonalna na kružnicu inverzije preslikava se tom inverzijom na sebe. DA NE
8. Svake dvije tangente iste parabole se sijeku (u konačnosti). DA NE
9. Okomiti promjeri kružnice preslikavaju se po perspektivnoj afinosti u okomite tetive elipse. DA NE
10. Praslika beskonačno dalekog pravca po perspektivnoj kolineaciji je pravac koji os te kolineacije siječe u beskonačno dalekoj točki. DA NE

## II. dio

1. (1 bod) Dan je jednakostranični trokut  $ABC$ . Navedite (i opišite) barem dvije izometrije koje preslikavaju točku  $A$  u  $B$ , a pravac  $BC$  u pravac  $AC$ .

2. (2 bod) Definirajte pojam *potencijale* dviju kružnica.

Neka su dane tri kružnice. Dokažite da se potencijale parova tih kružnica sijeku u jednoj točki.

3. (1 bod) Skicirajte elipsu čije se poluosi odnose kao  $3 : 5$  i skicirate jednu njenu kružnicu suprotišta.

4. (2 bod) Dokažite da je sjecište dvaju fiksnih pravaca neke izometrije fiksna točka te izometrije. Napišite tvrdnje na koje se pozivate.

5. (2 boda) Za koje sve  $n \in \{45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52\}$  je moguće ravnalom i šestarom konstruirati pravilni  $n$ -terokut kome je zadan polumjer opisane kružnice?

Odaberite jedan od tih  $n$ -terokuta i opišite konstrukciju.

6. (2 boda) Dokažite da perspektivna afinost čuva paralelnost pravaca.