Geostrofička devijacija – ageostrofički vjetar

Vježbe iz Dinamičke meteorologije II

Ageostrofički vjetar

- Ageostrofički vjetar ili geostrofička devijacija → odstupanje stvarnog vjetra od geostrofičkog vjetra

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{d\vec{v}}{dt}$$

- Ageostrofički vjetar postoji kada postoji ubrzanje stvarnog vjetra, tj. za $\frac{d\vec{v}}{dt} \neq 0$

- Iznad atmosferskog graničnog sloja atmosfera je uobičajeno u kvazigeostrofičkoj ravnoteži, ali zbog određenih razloga može doći do odstupanja od te ravnoteže

- Izraz za odstupanje od geostrofičke ravnoteže:

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + \frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} + \frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}$$

Odstupanje od geostrofičke ravnoteže:

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g = \boxed{\frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t}} + \frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} + \frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}$$

- Izalobarički vjetar → član koji uključuje prostorne promjene tendencije tlaka ($\nabla_h \frac{\partial p}{\partial t}$)

$$\frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{\rho f^2}\vec{k} \times \nabla_h p\right] = -\frac{1}{\rho f^2}\nabla_h \frac{\partial p}{\partial t}$$

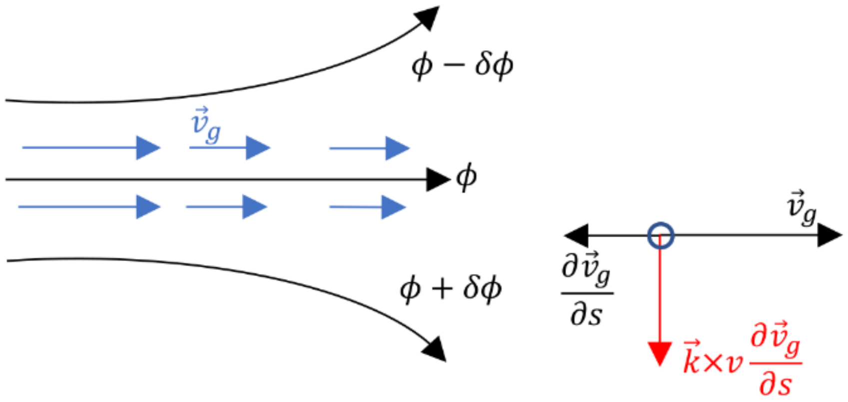
Odstupanje od geostrofičke ravnoteže:

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + \boxed{\frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s}} + \frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}$$

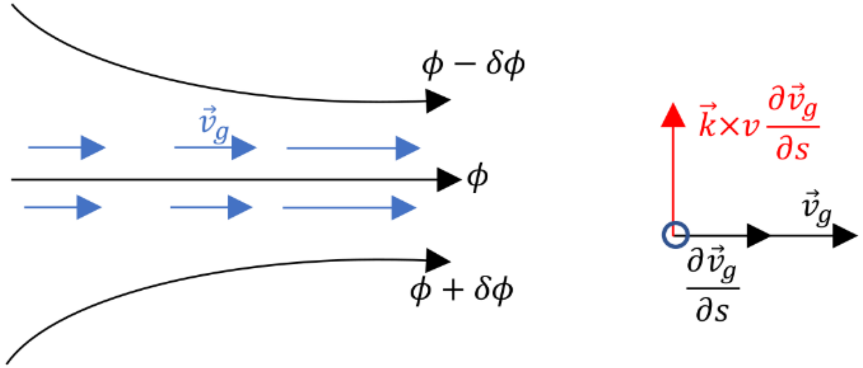
- Član koji označava da do geostrofičke devijacije dolazi zbog promjene geostrofičkog vjetra duž strujnica

$$\frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s}$$

Difluencija $\quad v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} < 0$



Konfluencija $\quad v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} > 0$



Odstupanje od geostrofičke ravnoteže:

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + \frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} + \boxed{\frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}}$$

- Član koji označava da do geostrofičke devijacije dolazi zbog vertikalnog smicanja geostrofičkog vjetra

$$\frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}$$

Primjeri i zadatci

1. Koliko je ubrzanje čestí zraka ako je $v_g = 8.7\ m\ s^{-1}$, te ako je kut između geostrofičkog i stvarnog vjetra 30° (pri čemu je $\vec{v}_g$ otklonjen ulijevo od $\vec{v}$). Brzina stvarnog vjetra je $v = 10\ m\ s^{-1}$, a geografska širina 60° N.

2. Pokažite da se izalobarički vjetar u (x, y, p) sustavu može prikazati kao: $\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2} \nabla_p \frac{\partial \Phi}{\partial t}$.

3. Pokažite da se izalobarički vjetar u adijabatičkom (izentropskom) koordinatnom sustavu može prikazati kao: $\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2} \nabla_\theta \frac{\partial M}{\partial t}$, gdje je Montgomeryjev potencijal $M = c_p T + \Phi$.

Rješenja

1. Koliko je ubrzanje česti zraka ako je $v_g = 8.7\ m\ s^{-1}$, te ako je kut između geostrofičkog i stvarnog vjetra 30° (pri čemu je $\vec{v}_g$ otklonjen ulijevo od $\vec{v}$). Brzina stvarnog vjetra je $v = 10\ m\ s^{-1}$, a geografska širina 60° N.

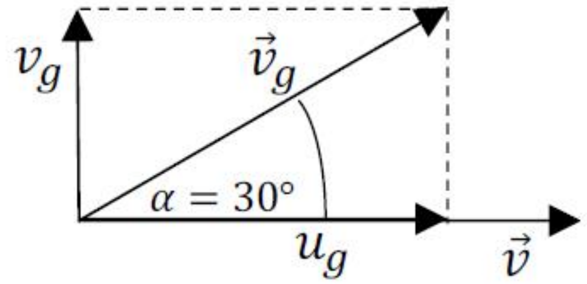
Rješnje:

Geostrofička devijacija je:

$$\vec{v} - \vec{v}_g = \vec{v}_a = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad / \vec{k} \times$$

$$\vec{k} \times (\vec{v} - \vec{v}_g) = -\frac{1}{f}\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -f\vec{k} \times (\vec{v} - \vec{v}_g) = f(\vec{v} - \vec{v}_g) \times \vec{k}$$



Iz skice na desnoj strani slijedi da je: $\vec{v} = 10\vec{i}$

Vektor geostrofičkog vjetra:

$$\vec{v}_g = 8.7\cos 30\vec{i} + 8.7\sin 30\vec{j} = 7.53\vec{i} + 4.35\vec{j}$$

Slijedi da je: $\vec{v} - \vec{v}_g = 2.47\vec{i} - 4.35\vec{j}$

1. Koliko je ubrzanje česti zraka ako je $v_g = 8.7\ m\ s^{-1}$, te ako je kut između geostrofičkog i stvarnog vjetra 30° (pri čemu je $\vec{v}_g$ otklonjen ulijevo od $\vec{v}$). Brzina stvarnog vjetra je $v = 10\ m\ s^{-1}$, a geografska širina 60° N.

Imamo da je ubrzanje česti zraka:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = f(\vec{v} - \vec{v}_g) \times \vec{k} = f \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2.47 & -4.35 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \sin 60(-4.35\vec{i} - 2.47\vec{j})$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 1.26 \cdot 10^{-4}(-4.35\vec{i} - 2.47\vec{j})\ \mathrm{m\ s^{-2}}$$

Slijedi da je iznos ubrzanja česti zraka:

$$\boxed{\left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = 6.32 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m\ s^{-2}}}$$

2. Pokažite da se izalobarički vjetar u (x, y, p) sustavu može prikazati kao: $\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2}\nabla_p \frac{\partial \Phi}{\partial t}$

Rješenje:

Ageostrofički vjetar je:

$$\vec{v} - \vec{v}_g = \vec{v}_a = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v}_a = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} + \frac{1}{f}\vec{k} \times v\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial s} + \frac{1}{f}\vec{k} \times w\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z}$$

Izalobarički član (vjetar) je prvi član na desnoj strani:

$$\vec{v}_{izl} = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p \Phi\right] = \frac{1}{f^2}\vec{k} \times \frac{\partial}{\partial t}(\vec{k} \times \nabla_p \Phi)$$

$$\frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t} = \frac{1}{f^2}\vec{k} \times (\vec{k} \times \nabla_p \frac{\partial \Phi}{\partial t}) = -\frac{1}{f^2}\nabla_p \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\boxed{\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2}\nabla_p \frac{\partial \Phi}{\partial t}}$$

3. Pokažite da se izalobarički vjetar u adijabatičkom (izentropskom) koordinatnom sustavu može prikazati kao: $\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2}\nabla_\theta \frac{\partial M}{\partial t}$, gdje je Montgomeryjev potencijal $M = c_p T + \Phi$

Rješenje:

Jedandžba gibanja u sustavu s generaliziranom koordinatom glasi:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\nabla_\zeta p - \nabla_\zeta \phi - f\vec{k} \times \vec{v} \qquad \rightarrow \text{zamjena } \zeta \rightarrow \theta$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\nabla_\theta p - \nabla_\theta \Phi - f\vec{k} \times \vec{v}$$

Izraz za potencijalnu temperaturu: $\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \qquad / ln, \nabla_\theta$

$$\underbrace{\frac{1}{\theta}\nabla_\theta\, \theta}_{=0} = \frac{1}{T}\nabla_\theta\, T - \frac{R}{c_p p}\nabla_\theta p$$

$$\frac{1}{T}\nabla_\theta\, T = \frac{R\alpha}{c_p R T}\nabla_\theta p$$

$$c_p \nabla_\theta T = \alpha \nabla_\theta p$$

3. Pokažite da se izalobarički vjetar u adijabatičkom (izentropskom) koordinatnom sustavu može prikazati kao: $\vec{v}_{izl} = -\frac{1}{f^2}\nabla_\theta \frac{\partial M}{\partial t}$, gdje je Montgomeryjev potencijal $M = c_p T + \Phi$

$c_p \nabla_\theta T = \alpha \nabla_\theta p \quad \rightarrow \quad$ jednadžba za akceleraciju

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -c_p \nabla_\theta T - \nabla_\theta \phi - f\vec{k} \times \vec{v} = -\nabla_\theta (c_p T + \phi) - f\vec{k} \times \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla_\theta M - f\vec{k} \times \vec{v}$$

$$\frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta M + \vec{v}$$

Za $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ stvarni vjetar jednak je geostrofičkom vjetru ($\vec{v} = \vec{v}_g$).
Slijedi da je $\vec{v}_g$:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta M$$

Definicija izalobaričkog vjetra:

$$\vec{v}_{izl} = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial \vec{v}_g}{\partial t},$$

te uvrštavanjem izraza za $\vec{v}_g$ slijedi da je:

$$\boxed{\vec{v}_{izl} = \frac{1}{f}\vec{k} \times \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta M\right) = -\frac{1}{f^2}\nabla_\theta \frac{\partial M}{\partial t}}$$