

# UVOD U MATEMATIKU

Prvi ispit – 7. veljače 2025.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje. Svaki zadatak nosi 20 bodova.

**Zadatak 1.** Odredite odnos između skupova

$$A \setminus (B \cup C) \quad \text{i} \quad (A \setminus B) \cap (A \Delta C).$$

Ako neka inkluzija vrijedi općenito dokažite, a ako ne vrijedi općenito opovrgnite protuprimjerom.

**Zadatak 2.** Na skupu prirodnih brojeva zadana je relacija  $\sim$  na sljedeći način:

$$m \sim n \iff \text{postoji cijeli broj } c \text{ takav da je } \frac{m}{n} = 3^c.$$

Dokažite da je  $\sim$  relacija ekvivalencije, te odredite najmanji prirodan broj koji se nalazi u klasi ekvivalencije od 2025.

**Zadatak 3.**

- (a) Odredite ostatak koji broj  $7^{2023^{2024}}$  daje pri dijeljenju s 19.
- (b) Odredite ostatak koji broj  $9^{2025} + 8^{2025} + 7^{2025} + 6^{2025} + 5^{2025}$  daje pri dijeljenju sa 16.

**Zadatak 4.**

- (a) Odredite kratnost nultočke 2 u polinomu  $f(x) = x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 4$ .
- (b) Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma  $x^{100} + 2x^{99} + 3$  polinomom  $x^2 - 3x + 2$ .

**Zadatak 5.**

- (a) Rastavite na parcijalne razlomke izraz

$$\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)}.$$

- (b) Dokažite da za svaki prirodan broj  $n$  vrijedi

$$\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}.$$