

UVOD U MATEMATIKU

Drugi kolokvij – 7. veljače 2025.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje. Svaki zadatak nosi 10 bodova.

Zadatak 1.

- (a) Odredite ostatak koji broj $7^{2023^{2024}}$ daje pri dijeljenju s 19.
- (b) Odredite ostatak koji broj $9^{2025} + 8^{2025} + 7^{2025} + 6^{2025} + 5^{2025}$ daje pri dijeljenju sa 16.

Zadatak 2.

- (a) Odredite najveći zajednički djelitelj brojeva 7146 i 3393.
- (b) Odredite najveći zajednički djelitelj polinoma $x^5 + x^4 + 1$ i $x^8 + x^7 + 1$.

Zadatak 3.

- (a) Odredite kratnost nultočke 2 u polinomu $f(x) = x^5 - 4x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 4$.
- (b) Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma $x^{100} + 2x^{99} + 3$ polinomom $x^2 - 3x + 2$.

Zadatak 4. Odredite sve nultočke polinoma $x^5 - 5x^4 + 14x^3 - 22x^2 + 17x - 5$, ako je poznato da je jedna od njih $1 + 2i$.

Zadatak 5.

- (a) Rastavite na parcijalne razlomke izraz

$$\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)}.$$

- (b) Dokažite da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}.$$