

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (a) (10 bodova) Izračunaj integral

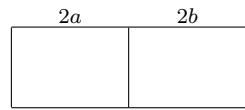
$$\int_0^1 \frac{-x + \sin x}{x^2} dx$$

tako da je greška manja od 10^{-3} . Za n neparan, ocjena n -tog ostatka, u razvoju u Taylorov polinom stupnja n , za funkciju $\sin x$ je $|R_n(x)| \leq \frac{x^{n+2}}{(n+2)!}$.

- (b) (8 bodova) Odredi radijus konvergencije reda potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3} x^n.$$

Konvergira li dani red za $x = 1$?



Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

2. (a) (8 bodova) Za funkciju $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zadanu s $f(x, y) = \frac{1}{3}y^3 - x^2 - \frac{1}{2}y^2$ odredi lokalne ekstreme i njihov tip.

- (b) (8 bodova) Izračunajte integral

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

gdje je $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \sin y \leq x, x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$.

$3a$	$3b$

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

3. (a) (8 bodova) Koristeći Greenov teorem izračunajte

$$\int_c -\frac{1}{3}y^3 \, dx + \frac{1}{3}x^3 \, dy,$$

gdje je c pozitivno orijentiran rub skupa $K = \{(x, y) \in \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y\}$.

- (b) (8 bodova) Izračunaj

$$\iiint_T x \, dx \, dy \, dz,$$

gdje je T tetraedar u prvom oktantu omeđen koordinatnim ravninama te ravninom $x + y + 2z = 4$.

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

popravni kolokvij, 15.2.2016.

4. (7 bodova) Izračunajte sumu reda

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1}$$

za $|x| < 1$.

5. (9 bodova) Dokažite da funkcija

$$f(x, y) = \frac{x + y^3}{x^3 + y}$$

nema limes u $(1, -1)$.

6. (7 bodova) Odredite smjer u kojem funkcija $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 - y^2$ ima najveći pad u točki $(-1, 1)$.

7. (9 bodova) Skicirajte područje Ω definirano uzastopnim integralima

$$\int_{-1}^1 \int_{-|x|}^{|x|} f(x, y) dy dx$$

i promjenite poredak integracije.

8. (9 bodova) Neka je T tijelo volumena

$$V = \iiint_T dx dy dz = \int_0^6 \int_z^3 \int_0^{3-x} dy dx dz.$$

Napišite formulu za volumen V u obliku

$$V = \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} \int_{\square}^{\square} dx dy dz.$$

9. (9 bodova) Neka funkcije $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ imaju gradijente te neka je C po dijelovima glatka krivulja. Dokažite

$$\oint_C P(x, y) dx + Q(x, y) dy = 0,$$

gdje su funkcije P i Q dane kao komponente funkcije $f\nabla g + g\nabla f$ u x , odnosno y smjeru, to jest

$$f\nabla g + g\nabla f = P\vec{i} + Q\vec{j}.$$