1a	1b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja dva, oko nule, za funkciju

   $$f(x) = e^{x^2+x}.$$

   (b) (8 bodova) Izračunajte s greškom manjom od 10^{-2}

   $$\int_0^1 \sin x^3 dx.$$

   Napomena: ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2k+1$ za $f(x) = \sin x$ je $|R_{2k+1}(x)| \leq \frac{|x|^{2k+3}}{(2k+3)!}$ za $x \geq 0$, $k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$.

2a	2b	2c

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln 2n}{\sqrt[3]{n^9+2}}$ i $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+2)}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!\ n^{2017}}{n^{2n}} x^n$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

3. (ukupno 16 bodova)

(a) (8 bodova) Izračunajte $\frac{d}{dt}(f \circ g)(\pi)$ ako su $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ zadane s

$$f(x,y) = ye^{x^2y}, \quad g(t) = (\sin^2 t, 2t).$$

(b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine i normale na graf funkcije $f(x,y) = \ln(1 + x^2y^2) + \operatorname{arctg}(x - y^3)$ kroz točku $(1, 0, f(1,0))$.

4	5	6	7	8	9	10

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

4. (7 bodova) Dokažite ili primjerom opovrgnite sljedeću tvrdnju:
   Ako je $\sum a_n$ apsolutno konvergentan red, onda je $\sum a_n$ konvergentan red.

5. (8 bodova) Dajte primjer reda potencija $\sum a_n x^n$ s redom konvergencije 2 koji konvergira u $x = 2$ i ne konvergira $x = -2$. Tvrdnje dokažite!

6. (7 bodova) Dajte primjer funkcije $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ za koju vrijedi da $f(x, y)$ teži prema -1 kada se (x, y) približava $(0, 0)$ putem x-osi te da $f(x, y)$ teži prema 3 kada se (x, y) približava $(0, 0)$ putem y-osi.

7. (7 bodova) Dajte primjer funkcije $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ za koju je $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) < 1$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) > 2$ za sve (x, y).

8. (7 bodova) Dajte primjer plohe čija je tangencijalna ravnina u $(1, 1, 0)$ ravnina $z = -1$.

9. (7 bodova) Dajte primjer plohe $z = f(x, y)$ takve da je $-2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ normala na tangencijalnu ravninu u točki $(x, y) = (0, 0)$.

10. (7 bodova) Nađite parametrizaciju krivulje dane kao graf funkcije $f(x) = \sin x$ na segmentu $[0, 2\pi]$.

$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja dva, oko nule, za funkciju

   $$f(x) = e^{x^2-2x}.$$

   (b) (8 bodova) Izračunajte s greškom manjom od 10^{-2}

   $$\int_0^1 \cos x^3 dx.$$

   Napomena: ocjena ostatka Taylorovog polinoma oko nule stupnja $2k$ za $f(x) = \cos x$ je $|R_{2k}(x)| \leq \frac{|x|^{2k+2}}{(2k+2)!}$ za $x \geq 0$, $k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$.

$2a$	$2b$	$2c$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

2. (ukupno 18 bodova)

   (a) (12 bodova) Odredite i obrazložite konvergiraju li redovi $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}\ln 3n}{n^4+1}$ i $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\frac{1}{n+1}$.

   (b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda potencija $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\; n^{-2017}}{n^n} x^n$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

3. (ukupno 16 bodova)

   (a) (8 bodova) Izračunajte $\frac{d}{dt}(f \circ g)(\frac{\pi}{2})$ ako su $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ i $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ zadane s

   $$f(x, y) = \ln(1 + x^2 y), \quad g(t) = (2t, \cos^2 t).$$

   (b) (8 bodova) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine i normale na graf funkcije $f(x, y) = xe^{xy} + \operatorname{arctg}(y - x^3)$ kroz točku $(0, 1, f(0, 1))$.

4	5	6	7	8	9	10

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

1. kolokvij, 27.11.2017.

4. (7 bodova) Dokažite ili primjerom opovrgnite sljedeću tvrdnju:
   Ako $\sum a_n$ konvergira, onda konvergira i $\sum(-1)^n a_n$.
5. (8 bodova) Dajte primjer reda potencija $\sum a_n x^n$ s redom konvergencije 2 koji ne konvergira u $x = 2$ i konvergira $x = -2$. Tvrdnje dokažite!
6. (7 bodova) Dajte primjer funkcije $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ za koju vrijedi da $f(x, y)$ teži prema 1 kada se (x, y) približava $(0, 0)$ putem x-osi te da $f(x, y)$ teži prema 2 kada se (x, y) približava $(0, 0)$ putem y-osi.
7. (7 bodova) Dajte primjer funkcije $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ za koju je $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) > 0$ i $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) < 0$ za sve (x, y).
8. (7 bodova) Dajte primjer plohe čija je tangencijalna ravnina u $(0, 0, 3)$ ravnina $z = 3$.
9. (7 bodova) Dajte primjer plohe $z = f(x, y)$ takve da je $\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ normala na tangencijalnu ravninu u točki $(x, y) = (0, 0)$.
10. (7 bodova) Nađite parametrizaciju krivulje dane kao graf funkcije $f(x) = x^2$ na segmentu $[0, 2]$.