$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 17 bodova):
   (a) (7 bodova) Odredite točku u xz ravnini najbližu točki $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.
   (b) (10 bodova) Odredite maksimum izraza $2xyz$ na sferi u $\mathbb{R}^3$ radijusa 3 sa središtem u ishodištu.

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

2. (ukupno 17 bodova)

   (a) (7 bodova) Izračunajte
   $$\iint_\Omega x^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$
   pri čemu je Ω četvrtina jediničnog kruga sa središtem u ishodištu u 4. kvadrantu.

   (b) (10 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 2 + x^2 + y^2$ i $z = 4 - x^2 - y^2$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

3. (ukupno 16 bodova)
   (a) (8 bodova) Odredite integral $\int_C f(x,y)$, pri čemu je $f(x,y) = \frac{1+xy}{y}$, a C dužina od točke $(1,1)$ do točke $(2,3)$.
   (b) (8 bodova) Odredite vrijednost integrala

$$\int_C y^4 \, \mathrm{d}x + 2xy^3 \, \mathrm{d}y,$$

duž elipse $x^2 + 2y^2 = 2$ u smjeru suprotnom od kazaljki na satu.

4	5	6	7	8	9

JMBAG | IME I PREZIME | PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

4. (10 bodova) Nađite takve A, B, C tako da funkcija

$$f(x,y) = A - x^2 - (Bx + y^2 + Cy)$$

ima lokalni maksimum 12 u točki $(-2,1)$.

5. (10 bodova) Konstruirajte ne-konstantnu funkciju $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takvu da je njen integral po trokutu s vrhovima $(0,0)$, $(0,1)$ i $(1,1)$ jednak 2.

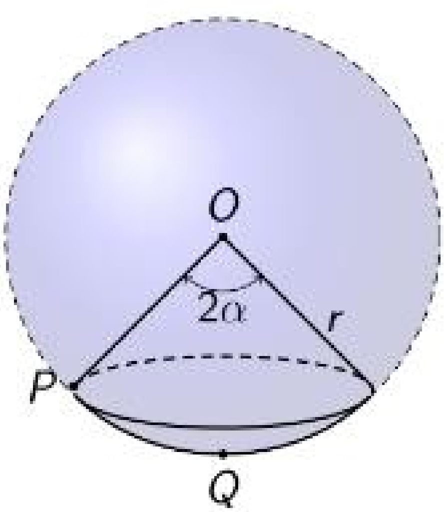
6. (10 bodova) Integral u sferičkim koordinatama

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} \int_0^{3/\cos\phi} \rho^2 \sin\phi \,\mathrm{d}\rho \,\mathrm{d}\phi \,\mathrm{d}\theta$$

zapišite pomoću cilindričnih koordinata.

7. (10 bodova) Neka je C parabola $y = x^2$ od $(0,0)$ do $(1,1)$. Nađite ne-konstantne funkcije P, Q takve da vrijedi $\int_C P\,\mathrm{d}x + Q\,\mathrm{d}y = 0$.

8. (10 bodova) Odredite α i r te izračunajte volumen kuglinog isječka sa slike pomoću sferičkih koordinata ako je O ishodište, $P = (-1,0,-1)$ i $Q = (0,0,-\sqrt{2})$.



$1a$	$1b$

JMBAG IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 17 bodova):
   (a) (7 bodova) Odredite točku u yz ravnini najbližu točki $(2\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$.
   (b) (10 bodova) Odredite maksimum izraza $3xyz$ na sferi u $\mathbb{R}^3$ sa središtem u ishodištu radijusa 2.

$2a$	$2b$

JMBAG IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

2. (ukupno 17 bodova)
   (a) (7 bodova) Izračunajte
   $$\iint_{\Omega} y^2 \mathrm{d}y\mathrm{d}x,$$
   pri čemu je Ω četvrtina jediničnog kruga sa središtem u ishodištu u 3. kvadrantu.
   (b) (10 bodova) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohama $z = 1 + x^2 + y^2$ i $z = 3 - x^2 - y^2$.

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

3. (ukupno 16 bodova)
   (a) (8 bodova) Odredite integral $\int_C f(x,y)$, pri čemu je $f(x,y) = \frac{1+xy}{x}$, a C dužina od točke $(1,1)$ do točke $(3,2)$.
   (b) (8 bodova) Odredite vrijednost integrala

$$\int_C (y^4 + x)\, \mathrm{d}x + (2xy^3 + y)\, \mathrm{d}y,$$

   duž elipse $2x^2 + y^2 = 2$ u smjeru suprotnom od kazaljki na satu.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 3. 2. 2020.

4. (10 bodova) Nađite takve A, B, C tako da funkcija

$$f(x,y) = A - (x^2 + Bx + y^2 + Cy)$$

ima lokalni maksimum 15 u točki $(-2,1)$.

5. (10 bodova) (10 bodova) Konstruirajte ne-konstantnu funkciju $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ takvu da je njen integral po trokutu s vrhovima $(0,0)$, $(1,0)$ i $(1,1)$ jednak 4.

6. (10 bodova) (10 bodova) Integral u cilindričnim koordinatama

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 \int_0^r r \,\mathrm{d}z \,\mathrm{d}r \,\mathrm{d}\theta$$

zapišite pomoću sferičkih koordinata.

7. (10 bodova) Neka je C pozitivno orijentirana kružnica sa središtem u ishodištu i polumjerom 1. Nađite ne-konstantne funkcije P, Q takve da $P\vec{i} + Q\vec{j}$ nije gradijent te vrijedi $\int_C P\,\mathrm{d}x + Q\,\mathrm{d}y = 0$.

8. (10 bodova) Odredite α i r te izračunajte volumen kuglinog isječka sa slike pomoću cilindričnih koordinata ako je O ishodište, $P = (1, 0, \sqrt{3})$ i $Q = (0, 0, 2)$.