JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Napomene: Odmah potpišite sve listove koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja. Svaki oblik varanja (uključujući i samo posjedovanje pametnih uređaja blizu sebe) može biti sankcionirano prijavom Stegovnom povjerenstvu i privremenom zabranom polaganja kolegija.

Zadatak 1. (16 bodova)

(a) (8 bodova) Odredite Taylorov polinom stupnja 5 oko nule za funkciju $f(x) = x \cdot \cos(x^2)$.

(b) (8 bodova) S greškom manjom od 10^{-3} izračunajte

$$\int_0^1 \frac{\cos(x) - 1}{x^2} dx.$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 2. (18 bodova)

(a) (12 bodova) Ispitajte konvergiraju li redovi:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n} + \sqrt[4]{n} + \sqrt[3]{n}}{\sqrt{n \ln n}}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n!(n^2+1)}.$$

(b) (6 bodova) Odredite radijus konvergencije reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n \ln n}{4^n - 1} x^n$$

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 3. (16 bodova)

(a) (8 bodova) Zadane su funkcije $f(x,y) = x^2 + y^2 + 1$ i $g(u,v) = (u+v, av)$ gdje je $a \in \mathbb{R}$ neki parametar.

(a1) Odredite $D(f \circ g)(1,1)$.

(a2) Pronađite moguće vrijednosti parametra a tako da funkcija $f \circ g$ u točki $(1,1)$ najbrže raste u smjeru vektora $(2,3)^T$.

(b) (8 bodova) Pronađite kut između tangenti krivulja $c(t) = (0, t^2, t)$ i $d(t) = (\cos(\pi t), \sin(\pi t), 2t)$ u točki u kojoj se sijeku.

JMBAG

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 4. (10 bodova) Za $f : \mathcal{D} \subset \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ i $c \in \mathbf{R}$, skupove $S(f,c) = \{(x,y) \in \mathcal{D} \ : \ f(x,y) = c\}$ zovemo nivo-skupovi. Neka je $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definirana formulom

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 \ , & \text{ako je } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 \ , & \text{ako je } x^2 + y^2 > 1 \end{cases} \quad .$$

Odredite nivo-skupove $S(f,c)$ za $c \in \mathbf{R}$.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 5. (10 bodova) Neka je $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definirana formulom

$$f(x,y) = \begin{cases} |x+y| - |x-y|; \ , & \text{ako je } y \neq 0 \\ |x| \ , & \text{ako je } y = 0 \end{cases} .$$

- Postoji li parcijalna derivacija $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$? Ako postoji, izračunajte ju.
- Postoji li parcijalna derivacija $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$? Ako postoji, izračunajte ju.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 6. (10 bodova) Neka je

$$S = \{(x, y, z) \ : \ z^2 = x^2 + 2y^2 + 1 \} \ .$$

Odredite onu točku skupa S koja je najbliža točki $A(2, 3, 0)$.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 7. (10 bodova) Pokažite ili opovrgnite sljedeću tvrdnju:

Ako je red $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ konvergentan, onda je i red $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$ također konvergentan.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

DIFERENCIJALNI I INTEGRALNI RAČUN 2

Prvi kolokvij – 20. 11. 2024.

Zadatak 8. (10 bodova) Neka je $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ neprekinuta funkcija s neprekinutim prvim parcijalnim derivacijama, takva da je $\dfrac{\partial F}{\partial z} \neq \dfrac{\partial F}{\partial y}$. Neka je $y = y(x)$ diferencijabilna funkcija koja zadovoljava jednadžbu $F(x, y, x+y) = 0$, za x iz nekog intervala I. Za $x \in I$, izrazite derivaciju $y'(x)$ preko parcijalnih derivacija funkcije F.