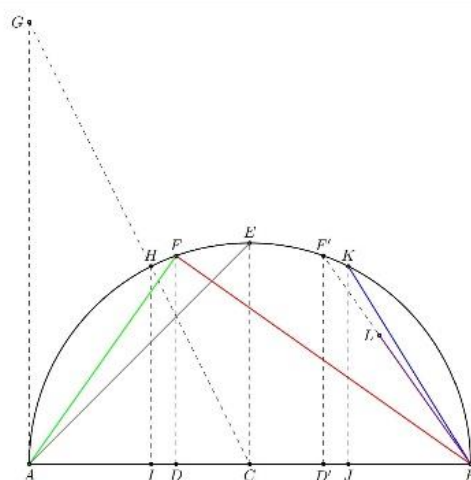


Iznos omjera promjera sfere i brida u nju upisanog pravilnog tetraedra

Ana Smolčić

Dan je promjer sfere \overline{AB} . Konstruiramo polukružnicu nad tim promjerom. Promjer podijelimo na tri jednaka dijela točkama D i D' tako da je $|\overline{AD}| = \frac{1}{3}|\overline{AB}|$, tj. $|\overline{DB}| = \frac{2}{3}|\overline{AB}|$. Okomica na promjer \overline{AB} kroz točku D siječe polukružnicu u točki F . Tada je \overline{FB} brid pravilnog tetraedra upisanog u sferu promjera \overline{AB} . Na slici je taj brid prikazan crvenom bojom.



Promotrimo trokut AFB . Kut AFB je pravi kut prema Talesovu poučku o obodnom kutu nad promjerom kružnice. Dužina \overline{FD} okomita je na promjer pa je zato visina trokuta AFB iz vrha F na hipotenuzu. Slijedi da su trokut AFB i trokut FDB pravokutni trokuti. Primjenom Euklidova poučka o visini pravokutnog trokuta slijedi $|\overline{DF}|^2 = |\overline{AD}| \cdot |\overline{DB}|$, odnosno $|\overline{DF}| = \sqrt{\frac{1}{3}|\overline{AB}| \cdot \frac{2}{3}|\overline{AB}|} = \frac{\sqrt{2}}{3}|\overline{AB}|$. Primjenom Pitagorinog poučka u trokutu FDB slijedi $|\overline{FB}|^2 = |\overline{DF}|^2 + |\overline{DB}|^2$, tj. $|\overline{FB}| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}|\overline{AB}| \right)^2 + \left(\frac{2}{3}|\overline{AB}| \right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}|\overline{AB}|$. Konačno, omjer promjera sfere i brida u nju upisanog pravilnog tetraedra iznosi

$$|\overline{AB}| : |\overline{FB}| = |\overline{AB}| : \left(\frac{\sqrt{6}}{3}|\overline{AB}| \right) = \sqrt{6} : 2.$$