$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 03.04.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. Izračunaj limese

   (a) (10 bodova) $\lim_{x\to 1} x^{\frac{\sqrt{2x^2+7}-3}{3^{x-1}-1}}$.

   (b) (5 bodova) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}$

$2a$	$2b$	$2c$	$2d$	$2e$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03. 04. 2013.

2. Neka je $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x-3}}$. Odredi:
   (a) (1 bodova) domenu funkcije f
   (b) (4 bodova) asimptote
   (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
   (d) (8 bodova) intervale zakrivljenosti i točke infleksije
   (e) (4 bodova) graf funkcije

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 03.04.2013.

3. (10 bodova) Zatvorena kutija ima oblik kvadra s kvadratnom osnovicom i volumen joj je 24 cm^3. Materijal od kojeg radimo poklopac košta 50 lipa po cm^2, materijal za dno 1 kunu po cm^2, a materijal za bočne stranice 25 lipa po cm^2. Nađite dimenzije najjeftinije kutije.

4a	4b	5a	5b	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03. 04. 2013.

4. (a) (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

   (b) (10 bodova) Dokažite: ako je funkcija derivabilna u x, onda je i neprekidna u x.

5. (a) (10 bodova) Dokažite: ako su funkcije f i g derivabilne u x, onda je i funkcija $f+g$ derivabilna u x i vrijedi

$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x).$$

   (b) (10 bodova) Dajte primjer funkcije f za koju vrijedi $f'(1) = 2$ i $f(1) = 7$.

6. (10 bodova) Neka je $f : \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}$ diferencijabilna funkcija čija je derivacija omeđena na $\langle a, b\rangle$. Pokažite da takva funkcija ima Lipschitzovo svojstvo, tj. da postoji broj $L \in \mathbb{R}$ takav da za sve $x, y \in \langle a, b\rangle$ vrijedi

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|.$$

Uputa: koristite teorem srednje vrijednosti.

1a	1b

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

prvi kolokvij, 03.04.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim kalkulatora.

1. Izračunaj limese
   (a) (10 bodova) $\lim_{x\to 1} x^{\frac{2-\sqrt{3-x}}{\sin(x^2-1)}}$.
   (b) (5 bodova) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x}{x+\mathrm{arctg} x}$

2a	2b	2c	2d	2e

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03. 04. 2013.

2. Neka je $f(x) = -xe^{\frac{1}{2-x}}$. Odredi:
   (a) (1 bodova) domenu funkcije f
   (b) (4 bodova) asimptote
   (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
   (d) (8 bodova) intervale zakrivljenosti i točke infleksije
   (e) (4 bodova) graf funkcije

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 03.04.2013.

3. (10 boda) Žicu duljine 4 cm režemo na dva dijela te od jednog napravimo krug, a od drugog kvadrat. Kako treba rezati žicu da bi zbroj površina bio minimalan pri čemu ni krug ni kvadrat ne smiju biti površine nule.

$4a$	$4b$	$5a$	$5b$	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 03. 04. 2013.

4. (a) (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x^2}.$$

   (b) (10 bodova) Dokažite: ako je funkcija derivabilna u x, onda je i neprekidna u x.

5. (a) (10 bodova) Dokažite: ako je funkcija f derivabilna u x i ako je $\alpha \in \mathbb{R}$, onda je i funkcija αf derivabilna u x i vrijedi

$$(\alpha f)'(x) = \alpha f'(x).$$

   (b) (10 bodova) Dajte primjer funkcije f za koju vrijedi $f'(x) = 1$ za $x < 0$ i $f'(x) = -1$ za $x > 0$.

6. (10 bodova) Neka je $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ funkcija koja ima Lipschitzovo svojstvo, tj. neka postoji broj $L \in \mathbb{R}$ takav da za sve $x, y \in [a, b]$ vrijedi

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|.$$

   (a) Pokažite da je tada f neprekidna funkcija na $[a, b]$.
   (b) Mora li svaka funkcija s Lipschitzovim svojstvom biti diferencijabilna? Dokažite. (Uputa: promatrajte funkciju $f(x) = |x|$).