

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29.05.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim službenog lista s formulama.

1. (a) (5 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_0^{\pi/6} \sqrt[3]{\sin 3x} \cos 3x dx.$$

- (b) (15 bodova) Izračunajte neodređeni integral

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

2. (a) (6 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_1^2 \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 5} dx$$

- (b) (8 bodova) Izračunajte neodređeni integral

$$\int \frac{dx}{x(2 + \sqrt[3]{x})}$$

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

3. (a) (9 bodova) Odredite površinu lika koji se nalazi između krivulja $y = 2 - x^2$ i $y = \sqrt[3]{x}$ te pozitivnog dijela x -osi.

- (b) (7 bodova) Izračunajte nepravi integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x^2 + 1} dx$$

4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

4. (a) (5 bodova) Funkcija F zadana je formulom

$$F(x) = \int_0^x \frac{t-1}{1+t^2} dt.$$

Nađite lokalne ekstreme funkcije F .

- (b) (5 bodova) Neka je f neprekidna funkcija za koju vrijedi

$$\int_0^x f(t) dt = \frac{2x}{4+x^2}.$$

Odredite $f(0)$.

- (c) (5 bodova) Nađite f za koju vrijedi $f'(x) = \sin x$, $f(0) = 2$.

5. (a) (12 bodova) Dokažite formulu za zamjenu varijabli u integralu.

- (b) (7 bodova) Neka je f neprekidna funkcija. Dokažite da za bilo koji $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ vrijedi

$$\frac{1}{c} \int_{ac}^{bc} f(x/c) dx = \int_a^b f(x) dx.$$

6. (a) (7 bodova) Skicirajte područje Ω ograničeno s krivuljama $y = \sqrt{x}$ i $y = x^3$ te nađite volumen dobiven rotacijom područja Ω oko x -osi.

- (b) (9 bodova) Nađite volumen dobiven rotacijom područja Ω oko y -osi.

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29.05.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim službenog lista s formulama.

1. (a) (5 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_0^{\pi/8} \sqrt[4]{\sin 4x} \cos 4x dx.$$

- (b) (15 bodova) Izračunajte neodređeni integral

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

2a	2b

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

2. (a) (6 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_3^4 \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 6x + 10} dx$$

- (b) (8 bodova) Izračunajte neodređeni integral

$$\int \frac{dx}{x(2 - \sqrt[4]{x})}$$

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

3. (a) (9 bodova) Odredite površinu lika koji se nalazi između krivulja $y = 6 - x^2$ i $y = \sqrt{2x}$ te pozitivnog dijela x -osi.
- (b) (7 bodova) Izračunajte nepravi integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{9x^2 + 1} dx$$

4a	4b	4c	5a	5b	6a	6b

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 29. 05. 2013.

4. (a) (5 bodova) Funkcija F zadana je formulom

$$F(x) = \int_0^x \frac{t-4}{1+t^2} dt.$$

Nađite lokalne ekstreme funkcije F .

- (b) (5 bodova) Neka je f neprekidna funkcija za koju vrijedi

$$\int_0^x f(t) dt = \sin x - x \cos x.$$

Odredite $f(\pi)$.

- (c) (5 bodova) Nađite f za koju vrijedi $f'(x) = \cos x$, $f(\pi) = 3$.

5. (a) (12 bodova) Dokažite formulu za parcijalnu integraciju.

- (b) (7 bodova) Neka je f neprekidna funkcija. Dokažite da za bilo koji $c \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\int_{a+c}^{b+c} f(x-c) dx = \int_a^b f(x) dx.$$

6. (a) (7 bodova) Skicirajte područje Ω ograničeno s krivuljama $y = x^2$ i $y = x^{1/3}$ te nađite volumen dobiven rotacijom područja Ω oko x -osi.

- (b) (9 bodova) Nađite volumen dobiven rotacijom područja Ω oko y -osi.