

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 12.06.2013.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također potpišite. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim službenog lista s formulama.

1. Neka je $f(x) = \ln \left(1 - \frac{2}{x^2 + x} \right)$. Odredite:

- (a) (4 bodova) domenu funkcije f
- (b) (4 bodova) asimptote
- (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (d) (4 bodova) skicu grafa funkcije

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 12.06.2013.

2. (8 bodova) Odredite realan broj $a > 0$ takav da pravac $y = (8 - a)x + a$ zatvara s pozitivnim dijelovima koordinatnih osi trokut minimalne površine.

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 12.06.2013.

3. (a) (11 bodova) Izračunajte neodređeni integral

$$\int x \ln(x^2 + 4) dx.$$

- (b) (11 bodova) Izračunajte određeni integral

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 3 \cos x + 2}.$$

$4a$	$4b$	$4c$	$5a$	$5b$	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 12.06.2013.

4. (a) (7 bodova) Dajte primjer funkcije f takve da $\lim_{x \rightarrow c} |f(x)|$ postoji, ali $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ne postoji.
 (b) (7 bodova) Nađite takve brojeve A i B da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} Ax + B, & x < -1, \\ 2x, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2Bx - A, & x > 2, \end{cases}$$

neprekidna u $x = -1$ te ima prekid u $x = 2$.

- (c) (7 bodova) Neka je $f(x) = x^{-1}$, $a = -1$, $b = 1$. Dokažite da ne postoji $c \in [a, b]$ takav da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Objasnite zašto to nije u kontradikciji s teoremom o srednjoj vrijednosti.

5. (a) (7 bodova) Dokažite

$$\int_a^b f(t) f'(t) dt = \frac{1}{2} (f^2(b) - f^2(a)).$$

- (b) (7 bodova) Dokažite

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a (f(x) + f(-x)) dx.$$

6. (15 bodova) Neka je $f(x) = x^{-2/3}$.

- (a) Izračunajte površinu ispod grafa funkcije f između $x = 1$ i $x = b$, gdje je $b > 1$.
 (b) Izračunajte volumen tijela dobijenog rotacije lika iz (a) oko x -osi.
 (c) Što se dešava s površinom i volumenom iz (a) i (b) kada $b \rightarrow \infty$?