

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 30.04.2014.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunajte:

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x+2} \right)^{x+1}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\arcsin(1-2x)}{x^3}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 30.04.2014.

2. (10 bodova) Odredite točku $D(x_0, y_0)$ iz prvog kvadranta tako da tangenta s diralištem u točki D na krivulju $y = -x^3 + 3x^2 + 4x$ ima maksimalan odsječak s y-osi.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 30. 04. 2014.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \frac{x^3}{3 - x^2}$. Odredite:

- (a) (1 bod) domen funkcije f
- (b) (5 bodova) asimptote
- (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (d) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (e) (3 boda) skicu grafa funkcije

4a	4b	4c	5	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 30.04.2014.

4. (a) (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije

$$f(x) = \sqrt{x-1}.$$

(b) (10 bodova) Dokažite da funkcija $f(x) = 6x + \sin(2x)$ ima najviše jednu nultočku.

(c) (10 bodova) Dajte primjer funkcije za koju $f'(x) = 0$ postoji za sve $x \neq 0$ a $f'(0)$ ne postoji.

5. (10 bodova) Funkcija f je definirana s $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + x + b$. Za koje a, b funkcija f ima dva lokalna ekstrema?
6. (10 bodova) Neka je f konveksna funkcija na $[a, b]$. Neka je $x_0 \in [a, b]$ te neka je $t_{x_0}(x)$ tangenta funkcije f u točki x_0 . Dokažite da funkcija $h(x) = f(x) - t_{x_0}(x)$ ima lokalni minimum u x_0 .

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 30.04.2014.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunajte:

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2 - 1}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x + 2)}{x^2 + 2x}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 30.04.2014.

2. (10 bodova) Odredite točku $D(x_0, y_0)$ iz prvog kvadranta tako da tangenta s diralištem u točki D na krivulju $y = -x^3 + 3x^2 + 10x$ ima maksimalan odsječak s y-osi.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 30. 04. 2014.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \frac{x^3}{2 - x^2}$. Odredite:

- (a) (1 bod) domenu funkcije f
- (b) (5 bodova) asimptote
- (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (d) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (e) (3 boda) skicu grafa funkcije

4a	4b	4c	5	6

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi kolokvij, 30.04.2014.

4. (a) (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije

$$f(x) = 2x^3 + 1.$$

- (b) (10 bodova) Dokažite da funkcija $f(x) = e^x(x^2 - 2x + 2)$ ima najviše jednu nultčku.
- (c) (10 bodova) Dajte primjer funkcije za koju $f'(x)$ postoji za sve $x \neq \pm 1$ a ni $f'(1)$ ni $f'(-1)$ ne postoje.
5. (10 bodova) Funkcija f je definirana s $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + x + b$. Za koje a, b funkcija f nema lokalnih ekstrema?
6. (10 bodova) Neka je f konkavna funkcija na $[a, b]$. Neka je $x_0 \in [a, b]$ te neka je $t_{x_0}(x)$ tangenta funkcije f u točki x_0 . Dokažite da funkcija $h(x) = f(x) - t_{x_0}(x)$ ima lokalni maksimum u x_0 .