

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 22.04.2015.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 15 bodova) Izračunaj

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{x+3}{x^2-3x}}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{2^{x-3}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 22.04.2015.

2. (10 bodova) Odredite točku $T(x, y)$ iz prvog kvadranta koja leži na grafu funkcije $f(x) = \frac{1}{x}$, tako da je opseg pravokutnika određenog ishodištem i točkama $(x, 0)$, $(0, y)$ te (x, y) maksimalan.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 22.04.2015.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$. Odredi:

- (a) (1 bod) domenu funkcije f
- (b) (5 bodova) asimptote
- (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (d) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (e) (3 boda) graf funkcije

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 22.04.2015.

4. (10 bodova) Primjerom pokažite da $\lim_{x \rightarrow c}(f(x)+g(x))$ može postojati a da ni $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ni $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ ne postoje.
5. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
6. (10 bodova) Nađite brojeve A, B takve da je derivacija funkcije

$$f(x) = \begin{cases} Ax^3 + Bx + 2, & x \leq 2, \\ Bx^2 - A, & x > 2 - x \end{cases}$$

svugdje neprekidna.

7. (10 bodova) Nađite funkciju koja je rastuća na $[0, 1]$, rastuća na $(1, 2]$, ali nije rastuća na $[0, 2]$.
8. (10 bodova) Nađite brojeve a, b takve da graf funkcije $f(x) = ax^3 + bx^2$ prolazi točkom $(-1, 1)$ te ima točku infleksije u $x = 1/3$.

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 22.04.2015.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (15 bodova) Izračunaj

(a) (7 bodova) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(1 + x))^{\frac{x+2}{x^2-2x}}$

(b) (8 bodova) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 5}{3^{x+7}}$

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi kolokvij, 22.04.2015.

2. (10 bodova) Za valjak visine h nad krugom radijusa r dan je uvjet $r + h = 3$. Odredi maksimalan volumen valjka.

$3a$	$3b$	$3c$	$3d$	$3e$

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 22.04.2015.

3. (ukupno 25 bodova) Neka je $f(x) = \frac{1-2x}{x^2}$. Odredi:

- (a) (1 bod) domen funkcije f
- (b) (5 bodova) asimptote
- (c) (8 bodova) intervale monotonosti i ekstreme
- (d) (8 bodova) zakrivljenost i točke infleksije
- (e) (3 boda) graf funkcije

4	5	6	7	8

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

1. kolokvij, 22.04.2015.

4. (10 bodova) Primjerom pokažite da $\lim_{x \rightarrow c}(f(x)g(x))$ može postojati a da ni $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ni $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ ne postoje.
5. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije funkcije, nađite derivaciju funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$.
6. (10 bodova) Nađite brojeve A, B takve da je derivacija funkcije

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + B, & x < -1, \\ Bx^5 + Ax + 4, & x \geq -1 \end{cases}$$

svugdje neprekidna.

7. (10 bodova) Nađite funkciju koja je padajuća na $[0, 1]$, padajuća na $[1, 2]$, ali nije padajuća na $[0, 2]$.
8. (10 bodova) Nađite broj c takav da funkcija $f(x) = cx^2 + x^{-2}$ ima točku infleksije u $x = 1$.