

1a	1b

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 17.6.2015.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje samo službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{2 + e^{2x}} dx$

(b) (10 bodova) $\int x^7 e^{x^4} dx$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2015.

2. (14 bodova) Izračunajte $\int \frac{x^2 - 4x + 11}{x^2 - 6x + 13} dx$.

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2015.

3. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama
 $y = -x^2 + 2x$; $y = x$; $x = 0$ i $x = 1$ oko:
- (a) (8 bodova) x -osi
 - (b) (10 bodova) y -osi

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 17.6.2015.

4. (9 bodova) Za particiju $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ segmenta $[a, b]$ kažemo da je regularna ako svi segmenti $[x_{i-1}, x_i]$ imaju istu duljinu $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Neka je P regularna particija od $[a, b]$, neka je f neprekidna i neopadajuća funkcija na $[a, b]$. Dokažite da je tada razlika između gornje i donje Darbouxove sume dana s

$$G_f(P) - D_f(P) = (f(b) - f(a)) \Delta x.$$

5. (9 bodova) Izračunajte $H'(3)$, gdje je funkcija H definirana s

$$H(x) = \frac{1}{x} \int_3^x (2t - 3H'(t)) dt.$$

6. (9 bodova) Izračunajte $F'(x)$, gdje je

$$F(x) = \int_1^{\cos x} \sqrt{1-t^2} dt.$$

7. (9 bodova) Površinu skupa omeđenog krivuljama $y = x^{1/3}$ i $y = x^2 + x - 1$ predstavite pomoću (jednog ili više) integrala po dy .

8. (5 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost niza $a_n = \frac{n+(-1)^n}{n}$.

9. (9 bodova) Odredite da li sljedeći integral konverigira i ako konvergira izračunajte ga

$$\int_e^\infty \frac{\ln x}{x} dx.$$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2015.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Dozvoljeno je korištenje samo službenih formula s trigonometrijskim formulama, tablicom derivacija i integrala. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. Izračunajte:

(a) (8 bodova) $\int_{1/2}^1 \frac{\ln \sqrt{2x} + 2}{x} dx$

(b) (10 bodova) $\int x^5 e^{x^3} dx$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2015.

2. (14 bodova) Izračunajte $\int \frac{-x^2 - 2x + 3}{x^2 + 4x + 13} dx$.

--	--

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2015.

3. Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom lika omeđenog krivuljama

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x; y = x; x = 0 \text{ i } x = 2 \text{ oko:}$$

- (a) (8 bodova) x -osi
(b) (10 bodova) y -osi

4	5	6	7	8	9

PROFESOR

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 17.6.2015.

4. (9 bodova) Za particiju $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ segmenta $[a, b]$ kažemo da je regularna ako svi segmenti $[x_{i-1}, x_i]$ imaju istu duljinu $\Delta x = \frac{b-a}{n}$. Neka je P regularna particija od $[a, b]$, neka je f neprekidna i nerastuća funkcija na $[a, b]$. Dokažite da je tada razlika između gornje i donje Darbouxove sume dana s

$$G_f(P) - D_f(P) = (f(a) - f(b)) \Delta x.$$

5. (9 bodova) Izračunajte $H'(\pi/6)$, gdje je funkcija H definirana s

$$H(x) = \sin x \int_{\pi/6}^x (H'(t) - t) dt.$$

6. (9 bodova) Izračunajte $F'(x)$, gdje je

$$F(x) = \int_0^{x^3} t \cos t dt.$$

7. (9 bodova) Površinu skupa omeđenog krivuljama $y = x^3$ i $y = x^2 + x - 1$ predstavite pomoću (jednog ili više) integrala po dx .

8. (5 bodova) Ispitajte ograničenost i monotonost niza $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

9. (9 bodova) Odredite da li sljedeći integral konverigira i ako konvergira izračunajte ga

$$\int_0^1 x \ln x dx.$$