

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = e^{\frac{1}{x^2}}$. Odredite
- (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (6 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
 - (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

--	--

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

2. (ukupno 10 bodova) Stjepan radi posudu od gline. Posuda nastaje rotacijom oko y -osi lika omeđenog krivuljama $y = ax^a$ i $y = ax^{a+6}$ u prvom kvadrantu, za neki realni parametar $a > 0$.
- (a) (4 boda) U ovisnosti o parametru $a > 0$ izračunajte volumen gline potreban za stvaranje takve posude.
- (b) (6 boda) Za koji će parametar $a > 0$ Stjepan potrošiti najviše gline?

Diferencijalni i integralni račun 1
kolokvij, 17.06.2020.

3. (ukupno 20 bodova)

- (a) (10 bodova) Izračunajte neodređeni integral $\int \frac{e^{3x}(10 - 2e^{3x})}{2e^{6x} - 10e^{3x} + 12} dx$.
- (b) (10 bodova) Odredite nepravi integral $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x^3 + \sqrt{x^6 + 6x^3} \right).$$

5. (10 bodova) Neka je $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ neprekidna funkcija. Dokažite da postoji $c \in [0, 1]$ takav da je $f(c) = c^3$.

6. (5 bodova) Izračunajte, koristeći definiciju derivacije, derivaciju funkcije $f(x) = \cos x$ u bilo kojoj točki $x \in \mathbb{R}$.

7. (5 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\operatorname{arctg} 4x}.$$

8. (10 bodova) Provjerite konvergenciju integrala

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$$

9. (10 bodova) Dokažite da je svaki konvergentan niz Cauchyjev.

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = e^{\frac{1}{x^3}}$. Odredite
- (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (6 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
 - (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

2. (ukupno 10 bodova) Marko radi skulpturu od plastelina. Skulptura nastaje rotacijom oko y -osi lika omeđenog krivuljama $y = kx^{k+2}$ i $y = kx^{k+7}$ u prvom kvadrantu, za neki realni parametar $k > 0$.
- (a) (4 boda) U ovisnosti o parametru $k > 0$ izračunajte volumen plastelina potreban za stvaranje takve skulpture.
- (b) (6 boda) Za koji će parametar $k > 0$ Marko potrošiti najviše plastelina?

Diferencijalni i integralni račun 1
kolokvij, 17.06.2020.

3. (ukupno 20 bodova)

- (a) (10 bodova) Izračunajte neodređeni integral $\int \frac{e^{5x}(5 - e^{5x})}{e^{10x} - 5e^{5x} + 6} dx$.
- (b) (10 bodova) Odredite nepravi integral $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{x^3 - 3x}{\sqrt{x^2 - 2}} dx$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

kolokvij, 17.06.2020.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4x - \sqrt{16x^2 + 8x} \right).$$

5. (10 bodova) Neka je $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ neprekidna funkcija. Dokažite da postoji $c \in [0, 1]$ takav da je $f(c) = c^2$.

6. (5 bodova) Izračunajte, koristeći definiciju derivacije, derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u bilo kojoj točki $x > 0$.

7. (5 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \operatorname{arctg} x}.$$

8. (10 bodova) Provjerite konvergenciju integrala

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 e^x}.$$

9. (10 bodova) Dokažite da je svaki konvergentan niz omeđen. Vrijedi li obrat?