

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \frac{x}{\ln(x^2)}$. Odredite
- (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (6 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
 - (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

$2a$	$2b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

2. (ukupno 10 bodova) Nazovimo tijelom a -loptom ako je nastalo rotacijom oko x -osi lika omeđenog krivuljama $y = a\sqrt{x}$, $y = a(\sqrt{x} + a)$, $x = 0$ i $x = \frac{1}{4a^3}$, za neki realni parametar $a > 0$.
- (a) (4 boda) U ovisnosti o parametru $a > 0$ izračunajte volumen a -lopte.
- (b) (6 boda) Odredite parametar $a > 0$ za koji a -lopta ima najmanji volumen.

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Izračunajte integral $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} \, dx$.

(b) (10 bodova) Odredite integral $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right).$$

5. (10 bodova) Pokažite da jednačina

$$2 \cos(\pi x) - x + 1 = 0$$

ima barem jedno realno rješenje na segmentu $[0, 1]$.

6. (10 bodova) Koristeći definiciju derivacije izvedite formulu za derivaciju umnoška funkcija.

7. (5 bodova) Nađite duljinu luka krivulje $y = \sin x$ od $x = 0$ do $x = \pi$.

8. (5 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + \pi x}{\sin 3x}.$$

9. (10 bodova) Niz (a_n) zadan je rekursivno s

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \sqrt{3a_n}.$$

Provjerite konvergenciju niza. Ako konvergira, nađite mu limes.

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova) Neka je $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x}$. Odredite
- (a) (2 boda) domen funkcije f ;
 - (b) (6 boda) asimptote;
 - (c) (10 bodova) intervale monotonosti, zakrivljenosti, točke ekstrema i infleksije;
 - (d) (2 boda) skicu grafa funkcije f .

--	--

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

2. (ukupno 10 bodova) Nazovimo tijelom k -kuglom ako je nastalo rotacijom oko x -osi lika omeđenog krivuljama $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x} + k$, $x = 0$ i $x = \frac{9}{4k}$, za neki realni parametar $k > 0$.
- (a) (4 boda) U ovisnosti o parametru $k > 0$ izračunajte volumen k -kugle.
- (b) (6 boda) Odredite parametar $k > 0$ za koji k -kugla ima najmanji volumen.

Diferencijalni i integralni račun 1
prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

3. (ukupno 20 bodova)

(a) (10 bodova) Izračunajte integral $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} \, dx$.

(b) (10 bodova) Odredite integral $\int_3^5 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} \, dx$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

prvi popravni kolokvij, 02.09.2020.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 - 1} - \frac{2}{x^4 - 1} \right).$$

5. (10 bodova) Pokažite da jednačina

$$x^3 - 3x - 4 = 0$$

ima barem jedno realno rješenje na segmentu $[2, 3]$.

6. (10 bodova) Dokažite: Ako je funkcija f diferencijabilna u točki c , onda je f i neprekidna u točki c . Vrijedi li obrat te tvrdnje?

7. (5 bodova) Nađite duljinu luka krivulje $y = \cos x$ od $x = 0$ do $x = \pi/2$.

8. (5 bodova) Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}.$$

9. (10 bodova) Niz (a_n) zadan je rekursivno s

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n + \frac{3}{4}.$$

Provjerite konvergenciju niza. Ako konvergira, nađite mu limes.