

1a	1b	1c	1d

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 01.09.2022.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja.

1. (ukupno 20 bodova) Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 2\sqrt{x + 1}$.
- (a) (4 bodova) domen funkcije i nultočke funkcije;
 - (b) (6 bodova) asimptote;
 - (c) (8 bodova) lokalne ekstreme, točke infleksije, te intervale monotonosti i zakrivljenosti;
 - (d) (2 bodova) graf funkcije.

Uputa: $f(\sqrt[3]{4}) \approx -0.66$.

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 01.09.2022.

2. (ukupno 10 bodova) Dana je parabola $y = x^2$. Među svim pravcima kojima je koeficijent smjera pozitivan i koji prolaze kroz točku $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$, odredite onaj kojem tangente na parabolu povučene u sjecištima parabole i tog pravca zatvaraju najmanji kut.

Diferencijalni i integralni račun 1
popravni kolokvij, 01.09.2022.

3. (ukupno 20 bodova) Izračunajte neodređene integrale

(a) (10 bodova)

$$\int \ln(\ln(\sin x)) \operatorname{ctg} x dx.$$

(b) (10 bodova)

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 2e^x - 3}} dx$$

4	5	6	7	8

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 01.09.2022.

4. (10 bodova) Zadana je funkcija f za koju vrijedi da postoji sljedeći limes

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1}.$$

Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}.$$

5. (10 bodova) Postoji li derivabilna funkcija f za koju vrijedi $f(1) = 5$, $f(4) = 1$ i $f'(x) \geq -1$ za sve $x \in \langle 1, 4 \rangle$? Odgovor obrazložite!
6. (10 bodova) Skicirajte područje Ω omeđeno krivuljama $y = x^3$ i $x = y^3$. Izračunajte površinu područja Ω .
7. (10 bodova) Područje Ω u prvom kvadrantu omeđeno je krivuljama $x = r^2 - y^2$ i $x^2 + y^2 = a^2$, $0 < a < r$. Izračunajte volumen tijela dobijenog
- rotacijom Ω oko x -osi,
 - rotacijom Ω oko y -osi.
8. (10 bodova) Neka je f neprekidna funkcija na $\mathbb{R}$ i neka je $L \in \mathbb{R}$.
- Dokažite da ako vrijedi $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = L$, onda vrijedi $\lim_{c \rightarrow \infty} \int_{-c}^c f(x) dx = L$.
 - Nađite primjer funkcije f koja pokazuje da obrat tvrdnje (a) ne vrijedi.