

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| 1a | 1b | 1c | 1d |
|    |    |    |    |

---

JMBAG

---

IME I PREZIME

## Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 5.9.2023.

**Napomene:** Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora niti ikakvih formula osim onih koje će vam biti podijeljene na početku pisanja. Svaki oblik varanja (uključujući i samo posjedovanje pametnih uređaja blizu sebe) može biti sankcionirano prijavom Stegovnom povjerenstvu i privremenom zabranom polaganja kolegija.

1. (ukupno 20 bodova) Dana je funkcija  $f(x) = e^{\arctg x}$ . Odredite
- (a) (2 boda) prirodnu domenu funkcije;
  - (b) (6 bodova) asimptote
  - (c) (10 bodova) intervale monotonosti i zakrivljenosti, te točke lokalnih ekstrema i infleksije;
  - (d) (2 boda) skicu grafa funkcije.

*Traženim iracionalnim brojevima kojima ne znate točnu vrijednost aproksimirajte smještanjem među dva najbliža cijela broja.*

## Diferencijalni i integralni račun 1

popravni kolokvij, 5.9.2023.

2. (ukupno 10 bodova) Odredite točku grafa funkcije  $f(x) = x^{-2}$  koja se nalazi u prvom kvadrantu te za koju vrijedi da je udaljenost sjecišta tangente povučene kroz tu točku s koordinatnim osima najmanja moguća.

Diferencijalni i integralni račun 1  
popravni kolokvij, 5.9.2023.

3. (ukupno 20 bodova) Izračunajte neodređene integrale

(a) (10 bodova)

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}(1 + \ln x)};$$

(b) (10 bodova)

$$\int x^2 \cos^2 x dx.$$

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|   |   |   |   |   |

---

JMBAG

IME I PREZIME

---

PROFESOR

## Diferencijalni i integralni račun 1

### popravni kolokvij, 5.9.2023.

4. (10 bodova) Neka je  $\mathcal{P}_n$  particija segmenta  $[0, 1]$  generirana čvorovima  $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  za  $x_k = \frac{1}{2^{n-k}}$ . Neka je  $f(x) = x^2$ .

- Izračunajte gornju Darbouxovu sumu  $S_n$  za  $f$  s particijom  $\mathcal{P}_n$ .

- Izračunajte  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ . Je li on jednak  $\int_0^1 x^2 dx$  ?

5. (10 bodova) Neka je  $f(x) = x^3$  te neka je  $\Gamma_f$  njen graf. Izračunajte površinu lika koji je odozdo omeđen s  $\Gamma_f$ , a odozgo s tangentom na  $\Gamma_f$  u točki  $A(-1, -1)$ .

6. (10 bodova) Niz  $(a_n)$  rekursivno je zadan s

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2a_n} \end{cases} \quad .$$

Provjerite konvergenciju i, ako konvergira, izračunajte mu limes.

7. (10 bodova) Pokažite da za svake dvije funkcije  $f$  i  $g$ , neprekinute na  $[a, b]$  vrijedi nejednakost

$$\int_a^b f(x) g(x) dx \leq \frac{1}{2} \int_a^b f(x)^2 dx + \frac{1}{2} \int_a^b g(x)^2 dx \quad .$$

8. (10 bodova) Pokažite da za periodičku neprekinutu funkciju  $f$ , s temeljnim periodom  $T$ , vrijedi:

$$\int_0^T f(nx) dx = \int_0^T f(x) dx \quad ,$$

za svaki  $n \in \mathbf{N}$ .