

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2024.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 16 bodova) Izračunajte neodređene integrale:

(a) (8 bodova) $\int \frac{e^{\ln x}(1 + \ln x)}{x} dx,$

(b) (8 bodova) $\int \frac{1}{\sin 2x} dx.$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2024.

2. Izračunajte integral

$$\int \frac{3\sqrt{\operatorname{tg}^3 x} - 2\operatorname{tg} x + 1}{\cos^2 x \left(\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{\operatorname{tg}^3 x} - \operatorname{tg} x + \sqrt{\operatorname{tg} x} \right)} dx$$

Diferencijalni i integralni račun 1
drugi kolokvij, 17.6.2024.

3. (Ukupno 16 bodova)

(a) (8 bodova) Zadana je funkcija:

$$f = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x \geq 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}}, & 0 < x < 1. \end{cases}$$

Ako konvergira, izračunajte vrijednost nepravog integrala

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx.$$

(b) (8 bodova) Odredite površinu dijela ravnine omeđenog krivuljama $y = x^2 - \frac{10}{3}x + 1$ i $y = 2 - |x - 1|$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG

IME I PREZIME

PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

drugi kolokvij, 17.6.2024.

4. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_0^2 |2x - 3| \, dx \, .$$

5. (10 bodova) Neka je $f : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ neprekinuta funkcija. Dokažite da postoji $c \in [0, 1]$ takav da je

$$f(c) = 2 \int_0^1 x f(x) \, dx \, .$$

Naputak: Koristite teorem o međuvrijednostima, na način sličan kao u dokazu teorema srednje vrijednosti za integrale.

6. (10 bodova) Provjerite konvergenciju nepravog integrala

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^3 + 1} \, .$$

7. (10 bodova) Skup A nalazi se u prvom kvadrantu i omeđen je odozgor parabolom $y = 2 - x^2$, a odozdol pravcem $y = x$. Skicirajte skup A i izračunajte volumen rotacijskog tijela nastalog vrtnjom skupa A oko y osi.

8. (10 bodova) Niz (a_n) rekurzivno je zadan s $a_1 = \frac{1}{2}$

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 1}{2} \, .$$

Provjerite konvergenciju. Ako postoji, nađite limes.