$1a$	$1b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

Prvi ispitni rok, 17.06.2024.

Napomene: Odmah potpišite sva četiri lista koja ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. Dana je funkcija

$$f(x) = (x-2)e^{\frac{1}{x-4}}.$$

Odredite:

(a) Prirodnu domenu funkcije.

(b) Asimptote.

(c) Intervale monotonosti i zakrivljenosti te točke lokalnih ekstrema i infleksije.

(d) Skicu grafa funkcije f.

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

Prvi ispitni rok, 17.06.2024.

2. Izračunajte integral

$$\int \frac{\left(3\sqrt{\sin^3 x} - 2\sin x + 1\right)\cos x}{\sin^2 x - \sqrt{\sin^3 x} - \sin x + \sqrt{\sin x}} dx$$

$3a$	$3b$

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 1

Prvi ispitni rok, 17.06.2024.

3. (ukupno 20 bodova) Izračunajte neodređene integrale:

   (a) (10 bodova) $\displaystyle\int \frac{1}{\cos x \sin^2 x}\, dx$,

   (b) (10 bodova) $\displaystyle\int \sin\sqrt{x}\, dx$.

4	5	6	7	8	9

JMBAG — IME I PREZIME — PROFESOR

Diferencijalni i integralni račun 1

Prvi ispitni rok, 17.06.2024.

4. (10 bodova) Izračunajte
$$\int_0^1 |3x-2| \; dx \quad .$$

5. (10 bodova) Neka su $f, g : [a,b] \to \mathbf{R}$ neprekinute funkcije, te neka je $g > 0$. Dokažite da postoji $c \in [0,1]$ takav da je
$$f(c) = \frac{\int_a^b g(x)\, f(x)\; dx}{\int_a^b g(x)\; dx} \quad .$$
Naputak: Koristite teorem o međuvrijednostima, na način sličan kao u dokazu teorema srednje vrijednosti za integrale.

6. (10 bodova) Pomoću definicije derivacije izračunajte $f'(2)$ za $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
Rješenje dobiveno tabličnim deriviranjem neće biti bodovano.

7. (10 bodova) Dokažite da za svaki $x > 1$ vrijedi
$$1 + 2\,\ln x \le x^2 \quad .$$

8. (10 bodova) Odredite sve brojeve $a \in \mathbf{R}$ za koje je funkcija
$$f(x) = \begin{cases} x\,\sin\frac{1}{x} & , \text{ za } x \le 0 \\ a\,x\,\ln x & , \text{ za } x > 0 \end{cases} \quad .$$
neprekinuta na $\mathbf{R}$, ako takvi postoje.