

# Linearna algebra 1 (2021./2022.)

## 3. domaća zadaća

1. Neka je  $A$  matrica reda 2.
  - (a) Dokažite da vrijedi  $A^2 - (\operatorname{tr} A) \cdot A + (\det A) \cdot I = 0$ .
  - (b) Dokažite da je  $A^2 = 0$  ako i samo ako je  $\operatorname{tr} A = \det A = 0$ .
  - (c) Provjerite je li skup  $N = \{A \in M_2 : A^2 = 0\}$  vektorski prostor.
  - (d) Odredite bazu i dimenziju za linearnu ljusku  $[N]$ .
2.
  - (a) Navedite primjer matrice  $A \in M_5$ ,  $A \neq 0$ , takve da je njena adjunkta  $\tilde{A}$  jednaka nulmatrici.
  - (b) Neka je  $A \in M_5$  i  $B = 2A$ . Koja je veza između  $\tilde{A}$  i  $\tilde{B}$ ?
3. Neka je  $A$  matrica reda 4 takva da su svi njeni elementi jednaki 1 ili  $-1$ . Dokažite da je broj  $\det A$  djeljiv s 8.
4. Pretpostavimo da matrica  $A \in M_n$ ,  $n \geq 2$ , ima dva jednaka retka. Dokažite da, za svaki  $B \in M_n$ , matrica  $AB$  također ima dva jednaka retka, te da je  $A$  singularna matrica.
5. Odredite adjunkt matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Provjerite je li  $A$  regularna, te ako jest, odredite  $A^{-1}$ .

**Napomena:** Rok za predaju zadaće je 10.1.2022., na predavanjima.