

# DOMENA RAČUNALNO RAZMIŠLJANJE I PROGRAMIRANJE - PRIMJERI

---

Goranka Nogo

PMF, Matematički odsjek, Zagreb

Državni stručni skup Informatika u obrazovanju 2020. – Info@Edu IX.

29. lipnja – 1. srpnja 2020.

# Sadržaj

- Uvod
- Što i kako radimo
- Dva primjera za A.1.4
- Generiranje primjera za iteracije i rekurzije
- Zatvoreni dan PMF-a (izrada mobilnih aplikacija pomoću blokovskog programiranja)
- Literatura

# Uvod

- Naziv studija:
  - Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika; smjer: nastavnički
- Nositeljica kolegija:
  - Metodika nastave informatike 1
  - Metodika nastave informatike 2
    - tjedna satnica za svaki od kolegija:  $P + V + S = 2 + 2 + 1$
  - Metodička praksa iz informatike u osnovnoj školi
  - Metodička praksa iz informatike u srednjoj školi
    - ukupni broj sati prakse u tročlanoj grupi za svaki od kolegija: 48

# Uvod



# Uvod



# Što i kako radimo

- Što (bitni dio):
  - Primjeri za ostvarenje odgojno-obrazovnih ishoda
- Kako
  1. Povezivanje s drugim ishodima domene/a i korelacija
  2. Uključivanje realnog konteksta
  3. Analiziranje složenosti
  4. Kritičko korištenje raznovrsnih materijala, sadržaja,... uključivo i odobrenih udžbeničkih kompleta

# Što i kako radimo

- Primjeri:
  1. Algoritam sortiranja
    - vremena izvršavanja za različite duljine niza kojega sortiramo upisujemo u neku datoteku
    - iščitavamo vremena i grafički ih prikazujemo (npr. kao uređene parove oblika (duljina niza, vrijeme))
    - određujemo funkciju čiji graf dobro aproksimira grafički prikaz (eksperimentalno utvrđivanje složenosti)
  2. Zadatak s kolokvija:
    - Osmislite kontekstualni zadatak čije rješenje zahtijeva računanje skalarnog produkta vektora  $x, y \in R^n$  te napišite rješenje u obliku programa. Predložite način vrednovanja Vašeg rješenja.  
(mogući kontekst: računanje prosjeka: 10 \* 5 + 14 \* 4 + ...)

# Što i kako radimo

- Primjeri:
  3. Zadaci s kolokvija
    - Imenujte ili opišite barem tri algoritma čija je gornja ograda  $O(n)$ . Imenujte ili opišite jedan algoritam složenosti  $\Theta(n)$ .
    - U tablicu dimenzija  $9 \times 9$  su upisani cijeli brojevi  $n \in [-10, 10]$ . Obrazložite koje naredbe i strukture podataka bi koristili u programu koji generira opisanu tablicu. Obrazložite složenost ako broj 10 zamijenimo prirodnim brojem  $k$ .
    - Napišite funkciju linearne složenosti čiji su argumenti prirodni broj  $n$  te realni brojevi  $x$  i  $r$ . Funkcija iterativno računa  $n$ -tu parcijalnu sumu reda

$$1 + \frac{rx}{1!} + \frac{r(r+1)x^2}{2!} + \dots$$

# Dva primjera za A.1.4.

- Zapis prema normi IEEE 754

- Dodatak preporuci:

$$a = 0.1 + 0.1 + 0.1; a == 0.3$$

$$a + 1 == 0.3 + 1$$

- Primjer (kvadrat binoma):

- Izvršavanjem sljedećih naredbi dobivamo dvije različite, netočne vrijednosti istog izraza:

$$a = 1; b = -1.1; (a + b) ** 2; a ** 2 + 2 * a * b + b ** 2$$

- Probajte i

$$a = 1; b = -1.01; \dots$$

# Dva primjera za A.1.4.

- Primjer (zadatak s kolokvija):
  - Napišite funkciju čiji je argument prirodni broj  $n$ . Funkcija računa  $n$ -tu parcijalnu sumu reda

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

- a) iterativno, zbrajanjem unatrag
- b) rekurzivno.

(unatrag:  $S_4 = \left( \left( -\frac{1}{7} + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} \right) + 1$  – ne vrijedi asocijativnost zbrajanja)

# Generiranje primjera

- Racionalizacija
- Fiksna točka (kontrakcija)
- Newtonova metoda
- Prebrojavanje (nula i jedinica)
- Collatzova pretpostavka
- Primjer racionalizacije:

$$\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \frac{1}{1 + \cancel{\sqrt{2}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}} = \dots$$

$\uparrow$   
 $1 + \sqrt{2} - 1$

# Generiranje primjera

- Verižni razlomak (*continued fraction*)

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \ddots}}}$$

- za zadani broj dijeljenja  $n$  napisati rekurzivnu funkciju koja računa vrijednost verižnog razlomka
- obrazložiti dobiveni rezultat
- komentirati brzinu konvergencije (za koji  $n$  je pogreška manja od nekog zadanog broja)
- pomoću verižnog razlomka izračunati  $\sqrt{3}$
- ...

# Generiranje primjera

- Fiksna točka (*fixed point*):

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k), k = 0, 1, 2, \dots \\|f'(x)| &\leq q < 1 \\(x_2 &= f(f(x_0)) = f^2(x_0))\end{aligned}$$

- Primjer:  $x^2 - 2 = 0$

$$\begin{aligned}x^2 - 2 &= 0 \\2x^2 &= x^2 + 2 \\x &= \frac{x}{2} + \frac{1}{x}\end{aligned}$$

$$x_0 = \frac{1}{2}, x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \frac{1}{x_k}, k = 0, 1, 2, \dots$$

# Generiranje primjera

- Newtonova metoda:

$$f(x) = 0$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, k = 0, 1, 2, \dots$$

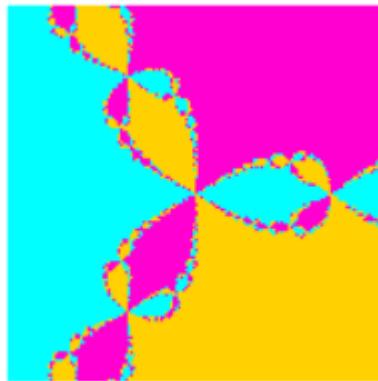
- Primjer:  $x^2 - 2 = 0$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^2 - 2}{2x_k}, k = 0, 1, 2, \dots$$

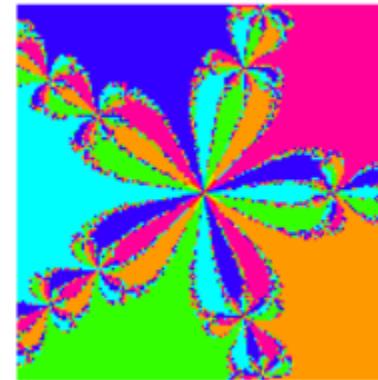
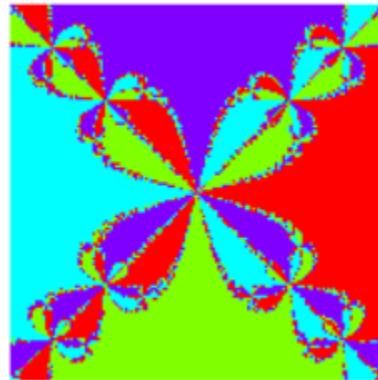
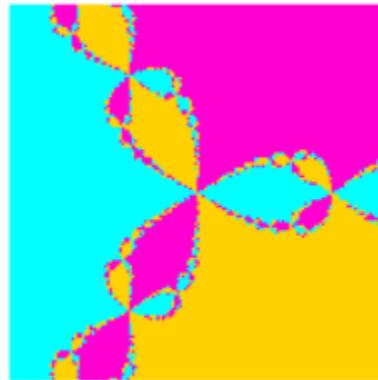
$$x_{k+1} = \frac{1}{2} \left( x_k - \frac{1}{x_k} \right), k = 0, 1, 2, \dots$$

# Generiranje primjera

- $f(x) = z^3 - 1 = (z - 1)(z^2 + z + 1)$ :



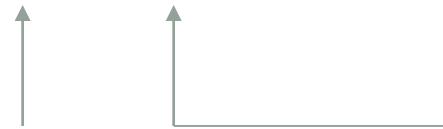
Početne točke koje odgovaraju istom rješenju obojene su istom bojom.



<https://mathworld.wolfram.com/NewtonsMethod.html>

# Generiranje primjera

- Prebrojavanje:
  - Napisati rekurzivnu funkciju koja računa broj binarnih nizova duljine  $n$  u uvjet da dvije nule ne mogu biti jedna od druge.
  - $a_1 = 2$  (0 ili 1)
  - $a_2 = 3$  (01 ili 10 ili 11)
  - $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n = 3,4,\dots$



Ako niz započinje s 1 na drugom mjestu može biti bilo koja binarna znamenka.

Ako niz započinje s 0 na drugom mjestu mora biti 1, a na trećem može biti bilo koja binarna znamenka.

# Generiranje primjera

- Prebrojavanje:
  - $a_1 = 2$
  - $a_2 = 3$
  - $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n = 3, 4, \dots$
- Na što Vas podsjeća rekurzivna relacija?
- Mogućnosti interpretacije 1/0:
  - udžbenik iz informatike/matematike
  - jedan korak u pozitivnom smjeru osi  $y/x$
  - otvorena/zatvorena zagrada
  - ...

# Generiranje primjera

- Collatzova pretpostavka (*Collatz conjecture*):

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & n \text{ paran} \\ 3n + 1, & n \text{ neparan} \end{cases}$$

- Pretpostavka:  $f(n) \rightarrow 1$ .

- 16,8,4,2,1
- 5,16,...
- 3,10,5,...

# Generiranje primjera

- Za zadani prirodni broj  $n$  napisati rekurzivnu funkciju koja
  - računa duljinu niza (broj poziva funkcije) prije pojavljivanja prve jedinice
  - ispisuje generirani niz
  - grafički prikazuje duljinu niza za različite prirodne brojeve
  - ...

# Zatvoreni dan PMF-a

- Blokovsko programiranje na više razina:
  - ekransko - Scratch (kao zamjena za dijagram toka)
  - za mikrokontrolere/robote (veza s Pythonom, Arduino C-om, ovisno o mikrokontroleru)
  - izrada mobilnih aplikacija.
- Popis i detaljan opis gotovo svih aktivnosti dostupan je na mrežnoj adresi <https://www.pmf.unizg.hr/primateh/informatika>.

# Otvoreni dan PMF-a

AKTIVNOSTI NA OTVORENOM DANU MATEMATIKE 2019.

Ema, Tika i mali Mate



- Upravljam s Codey Rockyem pomoću tipkovnice
- Koliko imam godina?
- Prepoznavanje riječi
- Prepoznavanje boja
- Nogomet
- Robotski jezik (IR sensor)
- Pobijedi prepreke

# Otvoreni dan PMF-a

## Orion pločica



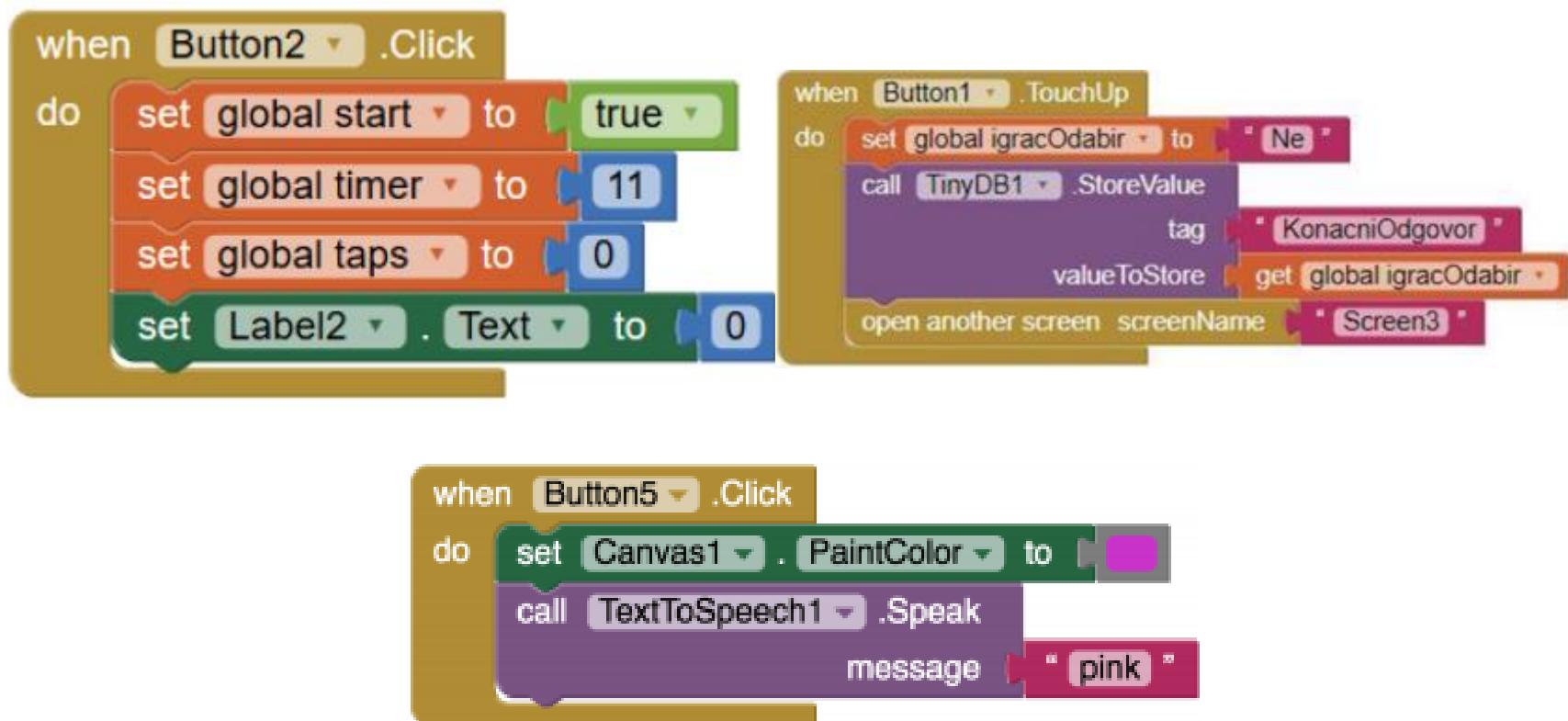
- Crtanje s Orionom
- Visinomjer s ormara
- Refleks
- Pogodi broj
- Toplo-hladno
- Majmun lovi banane
- In the disco
- Oprezno parkiranje
- Laku noć!
- Zaplešimo uz zvuk
- Vakula
- Stani lopužo!
- Telekineza
- Igra "Simon"
- Party uz lasere

# Zatvoreni dan PMF-a

- Upute o materijalima koje treba napraviti
  - Svaka studentica odnosno student treba osmisliti, izraditi i dokumentirati izradu jedne mobilne aplikacije.
  - Materijali koje treba napraviti su:
    - tekstualni opis aplikacije u izvornom formatu (.odt, .docx, .tex - "zipano" ako se radi o više datoteka)
    - kratki video ("reklama") s prikazom rada aplikacije; može se snimiti ekran mobitela (*Mobizen* ili slično) (najviše 1 minuta)
    - kratki video s nekim zanimljivim dijelom izrade aplikacije (najviše 5 minuta)
    - poveznica na instalacijsku datoteku (.apk)
    - opis izrade aplikacije (povezati s ishodima učenja).

# Zatvoreni dan PMF-a

- Programski isječci iz različitih aplikacija:



# Zatvoreni dan PMF-a

- Koje naredbe prepoznajete?

