

Hilbertov stadion

F. M. Brückler (po uzoru na Hilbertov hotel)

Zamislamo da negdje na svijetu, recimo u Brazilu, postoji stadion koji može primiti beskonačno mnogo gledaoca. Utkmica Brazil-Hrvatska je rasprodana – svaki gledalac je dobio kartu na kojoj piše prirodan broj. Vi imate kartu s brojem 17.

Utkmica samo što nije počela. Svi gledaoci su došli. Naravno, pa tko bi to propustio! Na šalter za kupnju karata petnaestak minuta prije početka zadihano stiže ni manje ni više nego Pele. Prijatelj mu je kupio karte za sve utakmice, bar je tako rekao. Ali ispalo je da je propustio baš kartu za ovu utakmicu. Gr. Pele stoji pred šalterom. Što da učini jadni prodavač? Da zgrabi za vrat proizvoljnog gledaoca? Ne bi bilo dobro početi prvenstvo skandalom ...

„Žao mi je, ali utakmica je rasprodana.“

„Ali, znate li vi tko sam ja?“

„Znam ... „, pokunjeno će prodavač karata.

„Pa znate li vi koji će skandal biti ako svud u novinama bude pisalo „Zbog prodavača“ „ – Pele se zagleda u etiketu s imenom – „Joaoa Pereire, Pele nije ušao u stadion?“

Jadni Joao se u taj čas na svu sreću sjeti da je nekad studirao matematiku. Nije završio, ali teorija skupova bila mu je draga. Što je ono tamo bilo rečeno? Alef-0 plus 1 je alef-0? Pa da!

„Joooj, ispričavam se ... Sad ćemo to srediti.“ ... I na razglasu se začuje: „Zbog administrativne pogreške lijepo molim svakog gledaoca da ode na mjesto s za 1 većom oznakom!“

Vi ćete dakle otići s mjesta 17 na mjesto 18. I svatko ima kamo otići – ta ima beskonačno mnogo mjesta. A nakon tog manevra slobodno je mjesto 1. Na koje, naravno, sjeda Pele. Uff, dobro je prošlo.

Taman kako si je Joao zadovoljno počeo trljati ruke („Ha, bar mi je nečemu koristio taj studij!“) evo nove neprilike – pred šalterom cijela vlada Brazila. Njih 27. Svi hoće kartu u zadnji čas, nisu stigli kupiti jer eto, državni poslovi, tra-la-li-tra-la-la, i ako za njih nema mjesta, lako ćemo srediti nekave nered, dosta je da nazovemo kolegu Linića u Hrvatskoj da nam da savjet kako ljudima oduzet još malo novaca ... Jadni Joao? Ne! Ta ovo je lako ...

„Uslijed hitnih državnih razloga lijepo molim da se svi pomaknu na mjesto s oznakom za 27 većom nego je trenutna!!!“

(Nadamo se da svi znaju zbrajati s 27. Ma i ako ne znaju, brojati do 27, iako su „samo“ navijači, valjda znaju, pa samo trebaju otići 27 mjesta dalje. Vi tako sa svog trenutnog mjesta 18 završavate na sjedalu 45.)

Još 5 minuta do početka. Atmosfera se zagrijava ... Joao samo što nije zatvorija butigu. Kad eto nove, ozbiljne, neprilike. Pojavilo se ni manje ni više nego beskonačno mnogo ministara sporta iz svih beskonačno mnogo zemalja svemira. Ako ne dobiju kartu prijete ukidanjem sportskih

povlastica SVUDA. Joao sad stvarno mora uključiti mozak ... Što je ono bilo na teoriji skupova? Nije samo alef-0 plus neki prirodan broj alef-0, nego je i $2^{\text{alef-0}}$ jednako alef-0. Kako je ono išao dokaz? Ahaaa... par-nepar! Na svu sreću, ministri sporta su numerirani ... prvi je Jovanović, drugi je neki Tunguz, treći ... Bolje da ne znate.

„U interesu održanja sportske kulture lijepo molim sve gledaoce da se premjeste na sjedalo s dvostrukim brojem trenutnog. Ako tko ne zna množiti s 2, lijepo molim da koristi kalkulator, zamoli susjeda za pomoć ili jednostavno ode toliko mjesta dalje koliko mu je trenutno mjesto....“

Vi tako dospijevate na mjesto 90 (a gdje je sad Pele?). Što je Joao time postigao? Kako je dvostruki prirodni broj paran, sad su popunjena sva parna mjesta, a prazna sva neparna. Koliko ima neparnih brojeva? Beskonačno mnogo! Dakle, ministar Jovanović ide na mjesto 1, ministar sporta Tunguzije na mjesto 3, itd. Politička kriza spriječena. Jupi!

I taman prije nego će igrači i suci istrčati na teren, Joaovi problemi kulminiraju. Pojavljuje se beskonačno mnogo letećih tanjura, u svakom beskonačno mnogo vanzemaljaca koji žele konačno shvatiti zašto ti Zemljani toliko cirkus rade oko sporta u kojem 22 para dlakavih nogu naganjaju jednu kuglu. Izgled im je takav da je bolje ne pitati što će učiniti ako ne dobiju mjesta. Na svu sreću, Joao je „ušao u grif“. Alef 0 puta alef 0 je alef 0. Zvuči kao mantra, ali je rješenje problema...

„Kako bismo omogućili uvaženim gostima iz dalekih krajeva svemira da otkriju čar nogometa, ispričavam se na ponovnom razgibavanju, ali lijepo molim svakog gledaoca da se preseli na mjesto koje ima oznaku „2 na trenutni broj“. Dakle, ministre Jovanoviću, molim odite na mjesto 2, ministre XXX odite na mjesto 4, ... tko je na mjestu 15, ide na mjesto 2^{15} . Jest, malo puno brojanja, ali tu je, u stadionu je ...“

Dok se gledaoci raspoređuju, Joao numerira leteće tanjure: 3, 5, 7, 11, (!), ... Svaki tanju dobiva svoj prosti broj. Ima takvih dovoljno, beskonačno mnogo, znao je to još Euklid prije 2300 godina. Vanzemaljci sad pak dobivaju upute: „Tanjur broj 3, molim lijepo u redu uđite – prvi od vas ide na mjesto 3, drugi na 6, itd. – vama pripadaju mjesta koja su višekratnici od 3. Molim malo brže, ne želimo puno kasniti ... Tanjur 5, vi se rasporedite na mjesta koja su višekratnici od 5, a nisu još zauzeta. Tanjur 7-„ „Shvatili smo!“ I tako se vanzemaljci po principu Eratostenovog sita porasporede kako bi mogli uživati u tekmi. Reći ćete – ali sad nam ostade jedno mjesto prazno (br. 1). A što ste mislili, kamo će Joao?

P. S. Da ne bi bilo zabune, u ovoj je priči bilo jako bitno da su nadolazeće beskonačne skupine mogle biti jednako numerirane kao i sjedala, tj. prirodnim brojevima od 1 nadalje.