

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij – 17. lipnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta.

Zadatak 1. (7 bodova) Iskažite Cauchy-evu integralnu formulu za krug i generaliziranu Cauchy-evu integralnu formulu za krug. Na osnovu tih teorema objasnite zašto vrijedi da ako f ima prvu derivaciju na otvorenom skupu, onda ima derivaciju svakog reda.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij – 17. lipnja 2024.

Zadatak 2. (7 bodova) Objasnite razvoj u red potencija cijele funkcije oko $z_0 = 0$ (gdje red konvergira, koji su mu koeficijenti). Iskažite Liouvilleov teorem i osnovni teorem algebre. Skicirajte glavne ideje dokaza osnovnog teorema algebre iz Liouvilleovog teorema.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij – 17. lipnja 2024.

Zadatak 3. (7 bodova)

(a) Razvijte funkciju

$$\frac{1}{z^2 + z - 2}$$

u Laurentov red oko točke 1 na području koje sadrži točku -1.

(b) Koristeći razvoj u Taylorov red, dokažite da su sve kompleksne derivacije neparnog reda funkcije e^{z^2} u točki 0 jednake 0.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij – 17. lipnja 2024.

Zadatak 4. (7 bodova) Dana je funkcija

$$F(z) = \frac{1}{z^2(z - 2024)} e^{\frac{1}{z-2023}}$$

- (a) Odredite sinuglaritete funkcije F te im odredite tip.
- (b) Izračunajte

$$\int_{\Gamma} F(z) dz,$$

gdje je Γ kružnica radijusa 1 sa središtem u ishodištu.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij – 17. lipnja 2024.

Zadatak 5. (7 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 3)^2} dx.$$