

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je f cijela funkcija takva da je $f(2z) = f(z)$ za svaki $z \in \mathbb{C}$. Koristeći Princip jedinstvenosti za holomorfne funkcije, dokažite da je f konstanta.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 2. (5 bodova) Neka je $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ zadana s:

$$f(z) = \frac{1}{z - 2i} \sin \frac{1}{iz + 2} + \cos \frac{1}{2i - z}.$$

Koristeći razvoj u Laurentov red, odredite reziduume funkcije f u njezinim singularitetima.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 3. (5 bodova) Pomoću teorema o reziduumima odredite vrijednost integrala

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{(z^2 + 1) \sin(i\pi z)} dz,$$

pri čemu je Γ pozitivno orijentirana kružnica oko $1 + i$ radijusa 2.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite broj rješenja jednadžbe

$$e^z = 5z^2 - z + 1$$

unutar vijenca $V(0; 1, 2)$.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 5. (5 bodova) Koristeći teorem o reziduumima izračunajte glavnu vrijednost integrala

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)} dx.$$

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je f cijela funkcija takva da je $f(2z) = f(z)$ za svaki $z \in \mathbb{C}$. Koristeći Princip jedinstvenosti za holomorfne funkcije, dokažite da je f konstanta.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 2. (5 bodova) Neka je $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ zadana s:

$$f(z) = \frac{1}{z - 3i} \sin \frac{1}{iz + 3} + \cos \frac{1}{3i - z}.$$

Koristeći razvoj u Laurentov red, odredite reziduume funkcije f u njezinim singularitetima.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 3. (5 bodova) Pomoću teorema o reziduumima odredite vrijednost integrala

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{(z^2 + 1) \sin(i\pi z)} dz,$$

pri čemu je Γ pozitivno orijentirana kružnica oko $1 - i$ radijusa 2.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite broj rješenja jednadžbe

$$e^z = 7z^2 - z + 1$$

unutar vijenca $V(0; 1, 2)$.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Drugi kolokvij (nastavnički smjer) – 24. lipnja 2022.

Zadatak 5. (5 bodova) Koristeći teorem o reziduuumima izračunajte glavnu vrijednost integrala

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2 \sin x \cos x}{x(x^2 + 1)} dx.$$