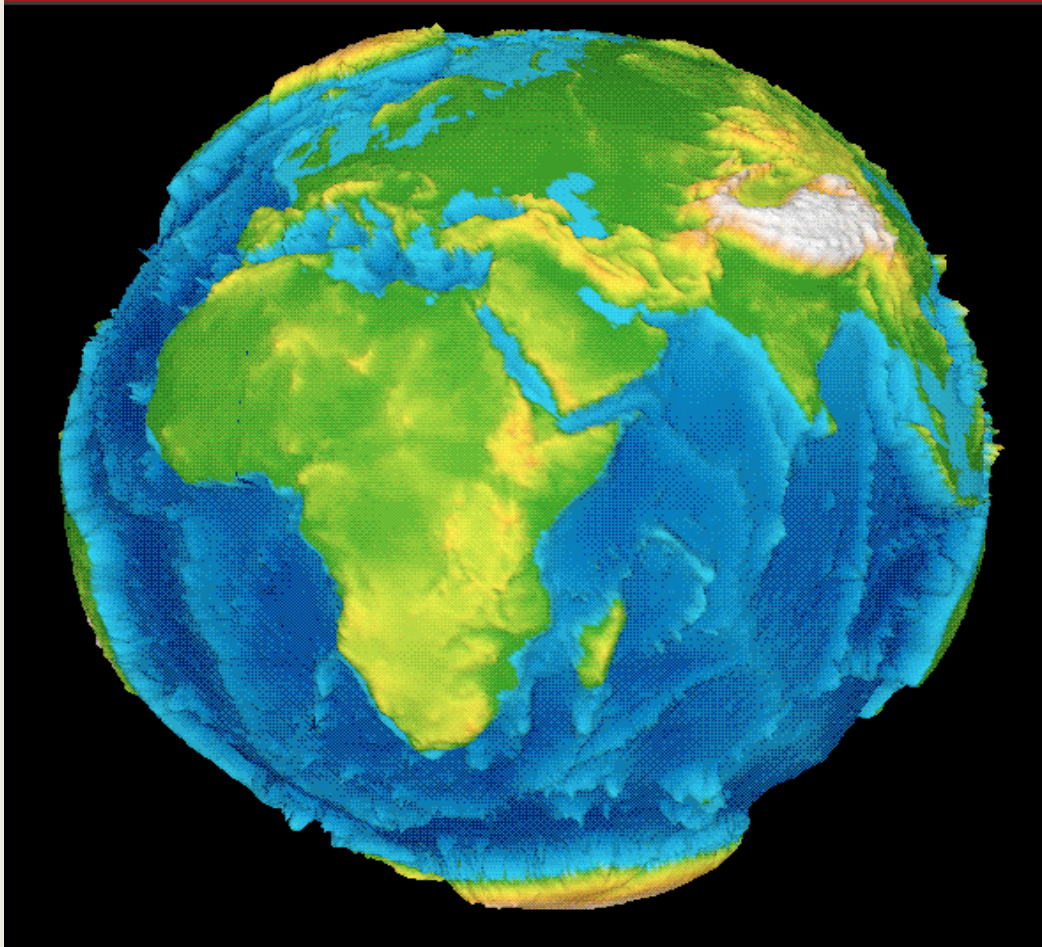


# OBLIK I DIMENZIJE ZEMLJE

Izv. prof. dr. sc Aleksandar Toskić,  
Geografski odsjek PMF-a  
Sveučilišta u Zagrebu



## Modeli Zemlje **Osnove**



Zemljina fizička površina vrlo je nepravilnog i složenog oblika.

Da bi se ta složenost površine Zemlje mogla odgovarajuće prikazati potreban je jednostavniji model za Zemlju kao tijelo

Izvor:  
GFZ Potsdam,  
potencirano



# Modeli Zemlje **Osnovni pojmovi**

Modelima aproksimiramo Zemlju kao tijelo.

- **Kugla**: matematički definirani model
- **Elipsoid**: matematički definirani model
- **Geoid**: geofizički definirani model



# Modeli Zemlje Sfera (kugla)



## Pojam

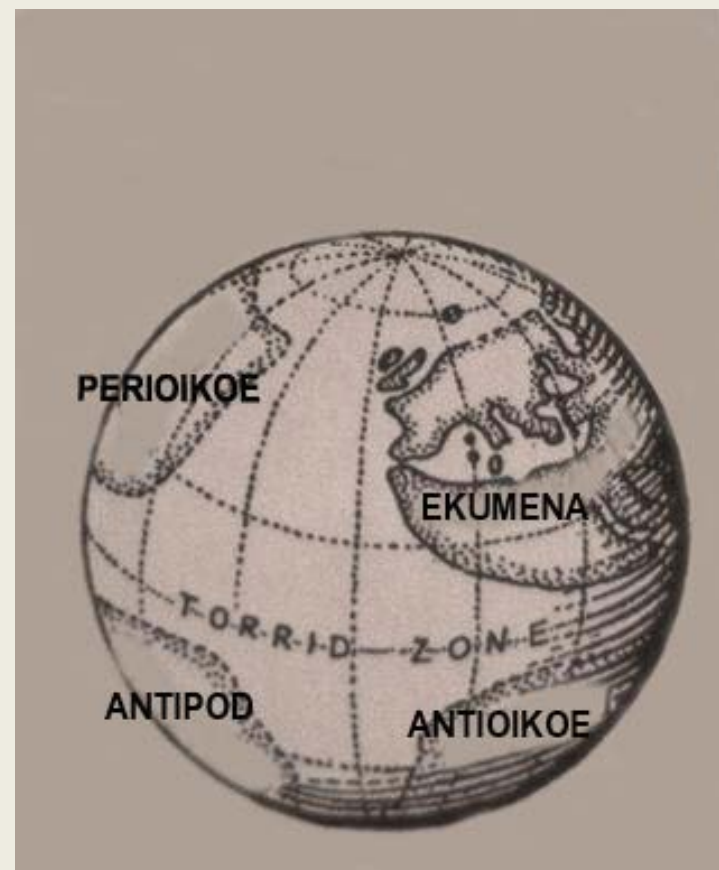
- **geometrijska aproksimacija** oblika Zemlje
- geometrijsko tijelo na površini kojeg su sve točke na jednakoj udaljenosti ( $r$ ) od središta

## Primjena

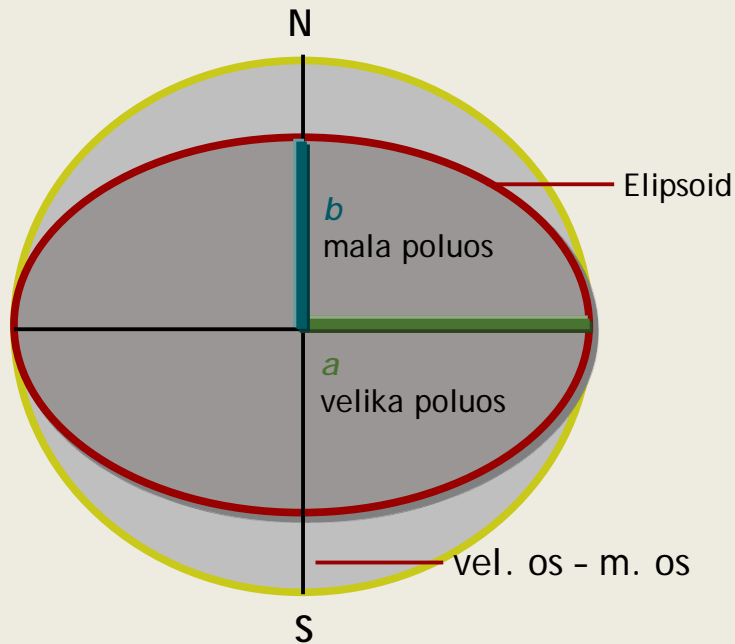
- kod karata sitnijih mjerila ( $< 1:1\ 000\ 000$ )

# Oblik Zemlje **Prve spoznaje**

- Prve spoznaje o Zemlji kao kugli imaju ishodište više u filozofiji
  - **Anaksimandar** (-7st.)
  - **Tales** iz Mileta (-7.st.)
  - **Pitagora** (-6.st.) - kugla - najpotupuniji oblik, simetrično tijelo, takvo je nebo - takva i Zemlja i druge planete
  - **Paramenides** (-6.—5.st) - svako tijelo osim kugle bi moralo pasti
  - **Platon** (-4.—3.st.) - kugla - idealno tijelo (Zemlja - centar svemira)
  - **Eratosten** (-3.st) - izračunao duljinu najvećeg kruga
  - **Krates** (-3.st) - globus
  - **Ptolemej** (2. st.) - manja duljina od Eratostenovog izračuna



# Modeli Zemlje **Elipsoid > Elementi**



## Pojam

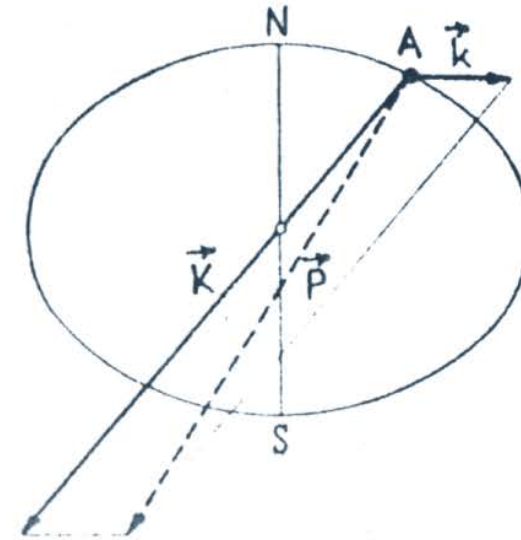
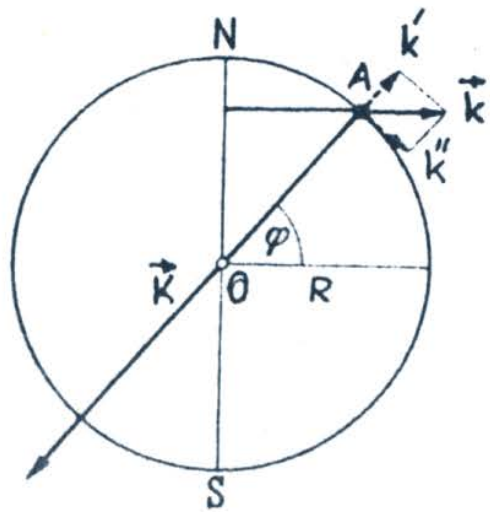
### Rotacijski elipsoid

- trodimenzionalno tijelo dobiveno rotacijom elipse oko kraće osi
- smatra se da se kraća os elipsoida poklapa s rotacijskom osi Zemlje
- Zemlja - spljoštena na polovima - rotacija - gravitacija i centrifugalna sila (rezultanta sila teža) (teorija gravitacije - Newton) Tangencijalna komponenta centrifugalne sile uzrokuje pomicanje masa prema ekvatoru i to je razlog spljoštenosti Zemlje [slika](#)
- razlika velika/mala os = 21 km
- Dimenzije elipsoida iskazuju se velikom poluosi  $a$  i spljoštenošću  $f = a-b/a$

## Dokaz

- Mjerenje duljine meridijanskog stupnja (Francuska akademija znanosti)



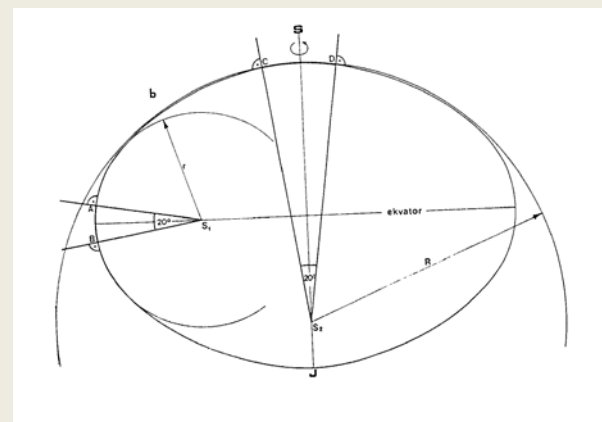
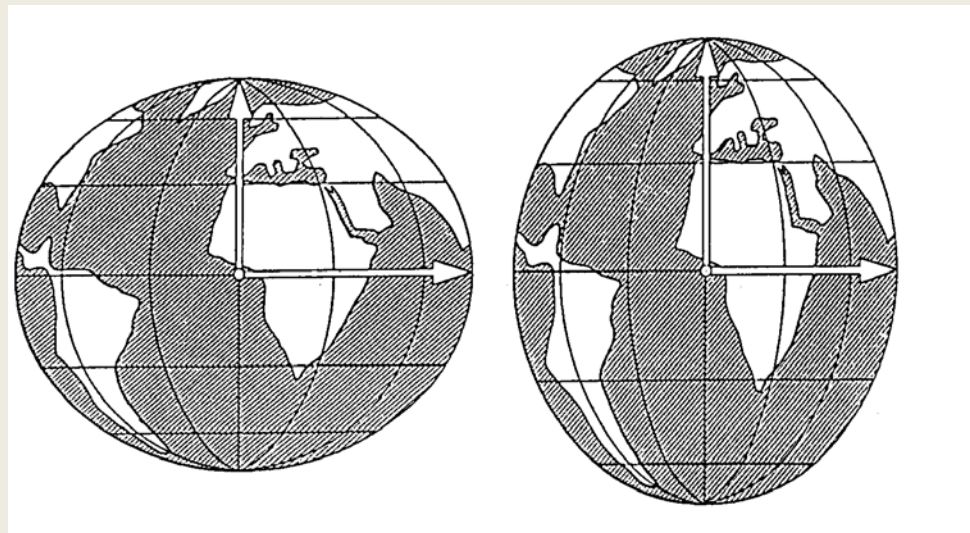


- $\vec{k}$  - centrifugalna s.
- $\vec{K}$  - gravitacija
- $k'$  - radijalna komponenta centrifug. s.
- $k''$  - tangencijalna komponenta



# Oblik Zemlje **Mjerenja duljine meridijanskog stupnja**

- **Newton** (1643-1727.) i **Huygens** (1629-1695.) - Zemlja - rotacijski elipsoid
- **Jean Dominic Cassini (i sin Jeacques)** - Zemljin promjer između polova duži od ekvatorskog
- Rasprave - teorija - praksa
- Francuska akademija organizira dvije ekspedicije
  - **Peru** (Maupertuis i Clairant, 1736-37.)
  - **Laponiju** (Bouger i de la Condomine, 1735-43.)
- Mjere duljinu meridijanskih stupnjeva
- Rezultati - meridijanski stupanj u Laponiji je za 1,33 km duži od onog u Peruu





# Oblik Zemlje **Opći i referentni elipsoid**

## Pojam

### Opći Zemljin elipsoid

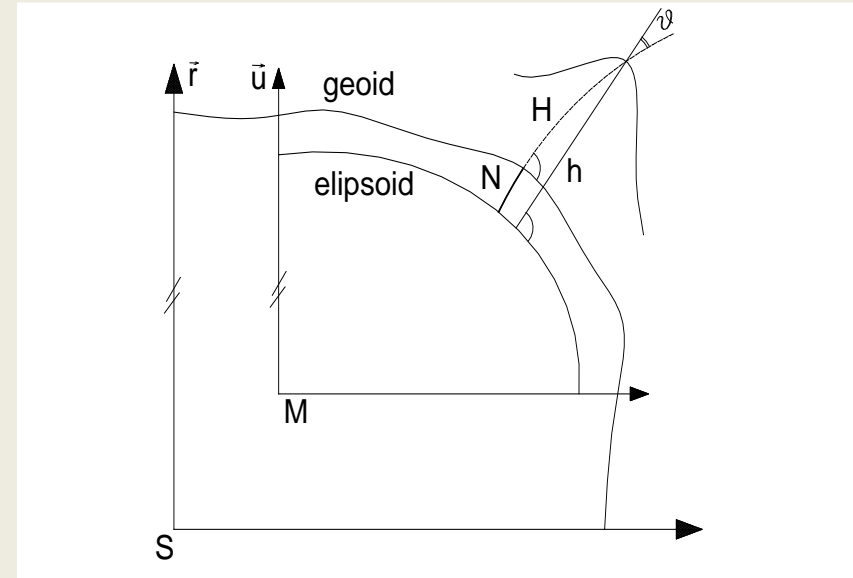
- najbolje odgovara cijeloj Zemlji
- rotacijska os Zemlje = mala poluos elipsoida
- geocentrični (poklapa se središte elipsoida s centrom masa Zemlje)  $S=M$

### Referentni elipsoid

- najbolje odgovara nekoj regiji ili državi
- rotacijska os Zemlje || s malom poluosi
- postoji fundamentalna točka  $P_0$  pomoću koje je elipsoid smješten u odnosu za Zemljino tijelo

Pojam - **geodetski datum** - skup parametara kojima se definira položaj ishodišta, mjerilo i orijentacija koordinatnog sustava s obzirom na Zemljino tijelo (uključuje definiciju elipsoida)

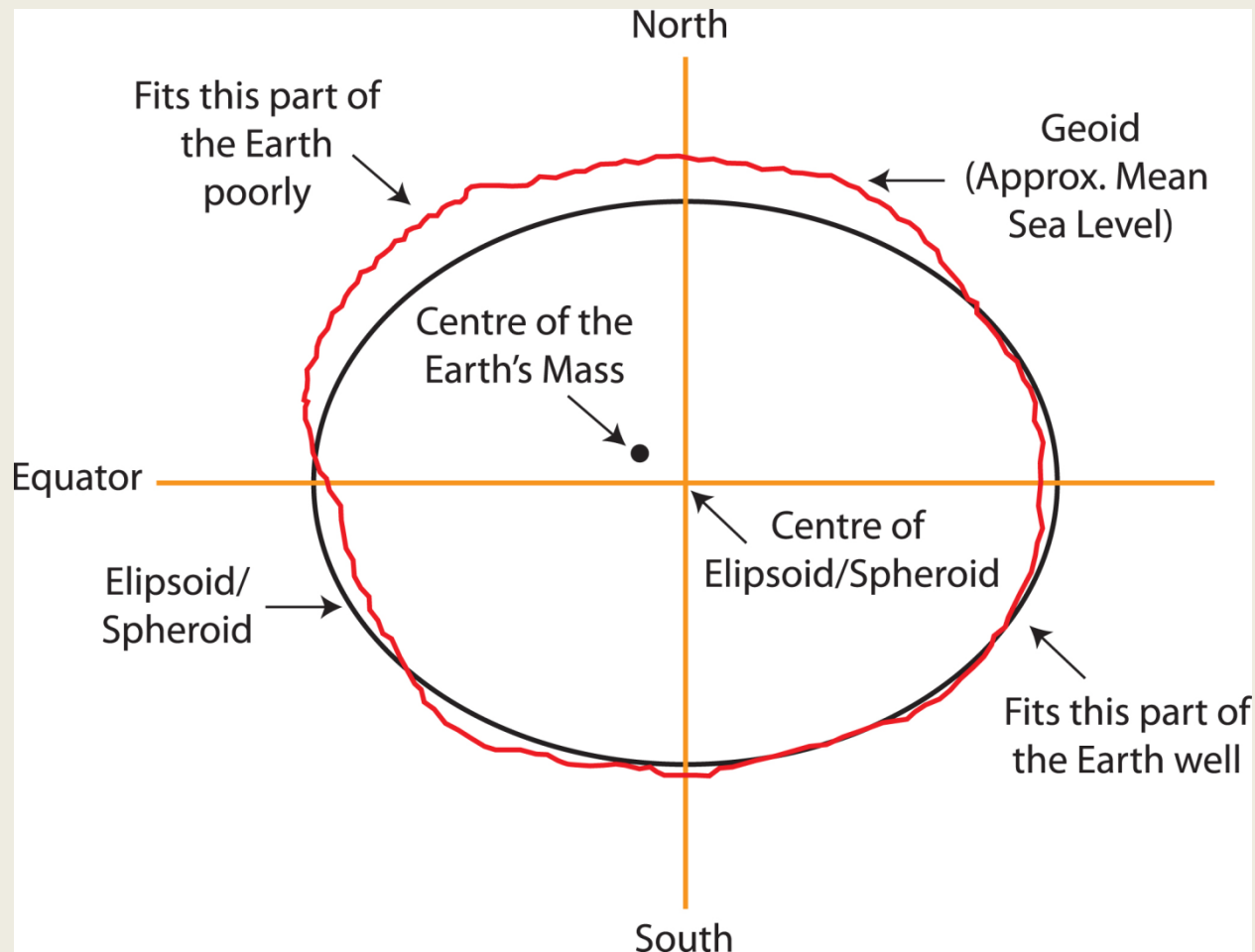
**Lokalni i globalni geodetski datum**



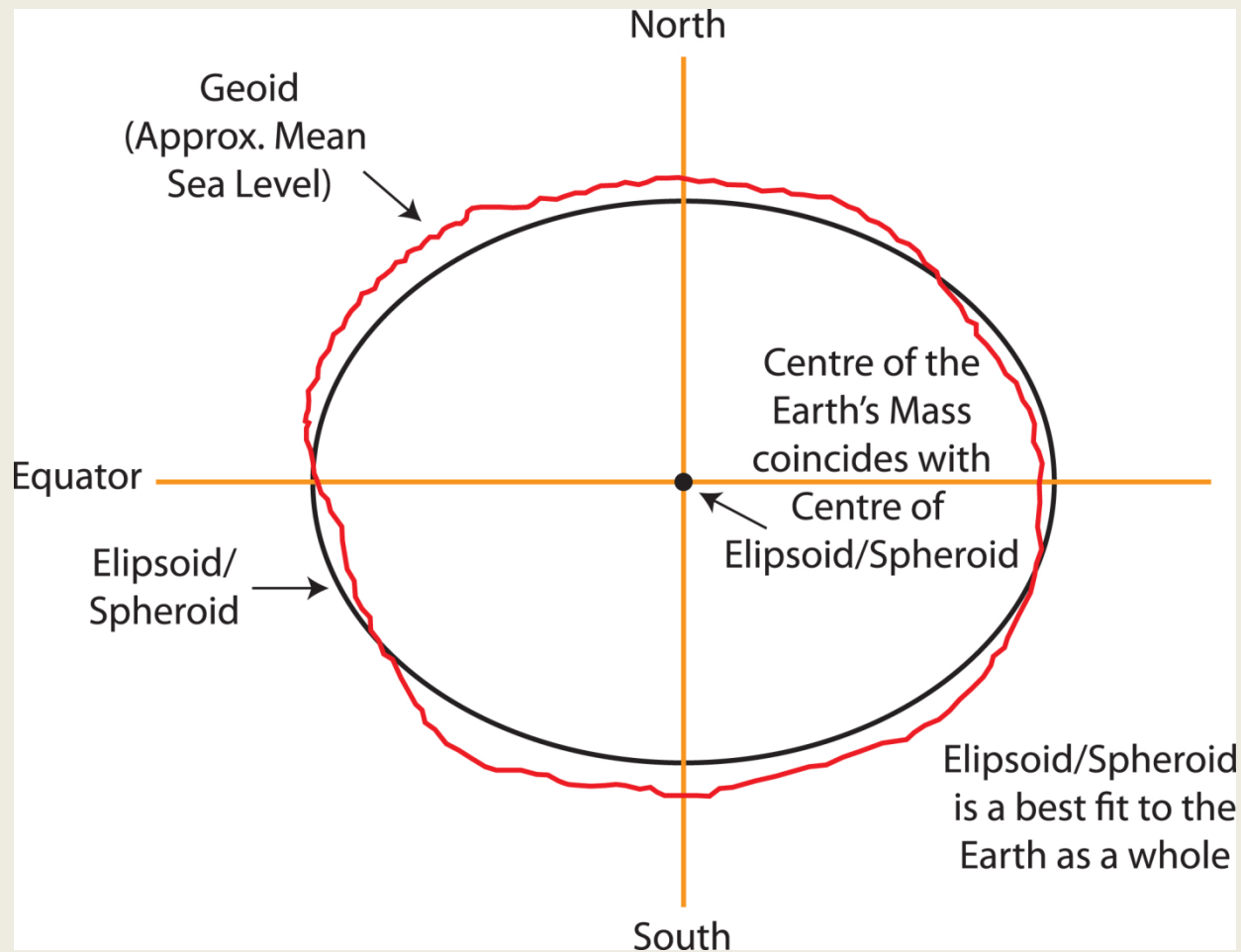
Izvor: Bašić, 2004.



# Referentni Zemljin elipsoid



# Opći zemljin elipsoid



1:172.103.666

Georeferencing

Layer: [ ]

3D Analyst

Spatial Analyst

Editor

Task: Create New Feature

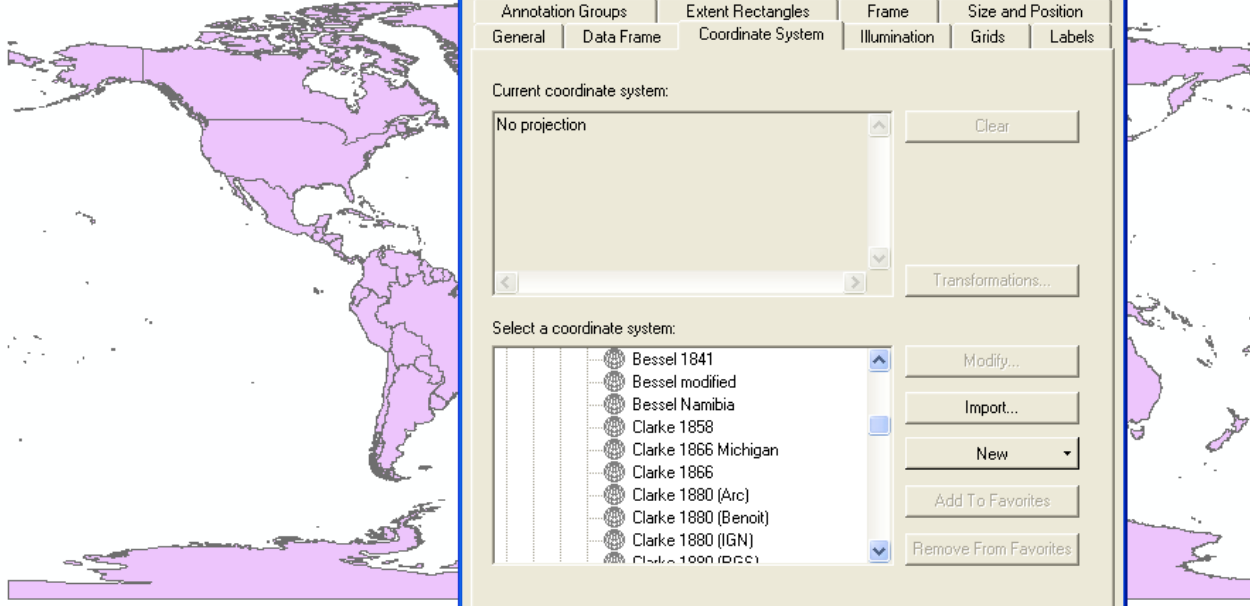
Target: [ ]

100%

**Layers**

- cntry00

Display Source



**Data Frame Properties**

Annotation Groups | Extent Rectangles | Frame | Size and Position

General | Data Frame | Coordinate System | Illumination | Grids | Labels

Current coordinate system:

No projection

Clear

Transformations...

Select a coordinate system:

- Bessel 1841
- Bessel modified
- Bessel Namibia
- Clarke 1858
- Clarke 1866 Michigan
- Clarke 1866
- Clarke 1880 (Arc)
- Clarke 1880 (Benoit)
- Clarke 1880 (IGN)
- Clarke 1880 (PCC)

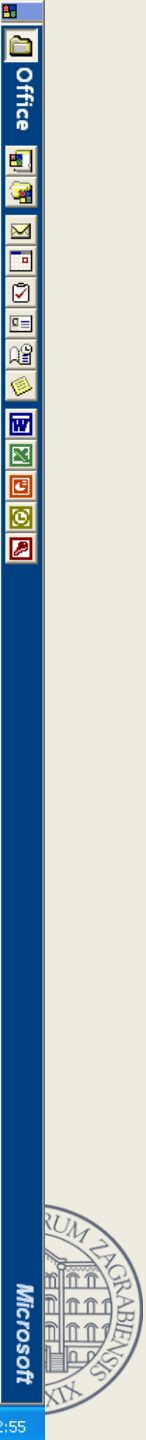
Modify... Import... New Add To Favorites Remove From Favorites

OK Cancel Apply

Drawing

Arial 10,0

B I U A



# Model Zemlje **Elipsoid > Dimenzije**

| Elipsoid     | Godina | $a$ (m)   | $b$ (m)   | Spljoštenost |
|--------------|--------|-----------|-----------|--------------|
| BESSEL       | 1841   | 6.377.397 | 6.356.079 | 1:299,153    |
| Helmert      | 1906   | 6.378.200 |           | 1:298,30     |
| Hayford      | 1909   | 6.378.388 | 6.356.912 | 1:299,0      |
| Int.Elipsoid | 1924   | 6.378.388 |           | 1:297,0      |
| GRS80        | 1980   | 6.378.137 | 6.356.752 | 1:298,257    |
| WGS84        | 1984   | 6.378.137 | 6.356.752 | 1:298,257    |

GRS80 1/298,257222101

WGS84 1/298,257223563



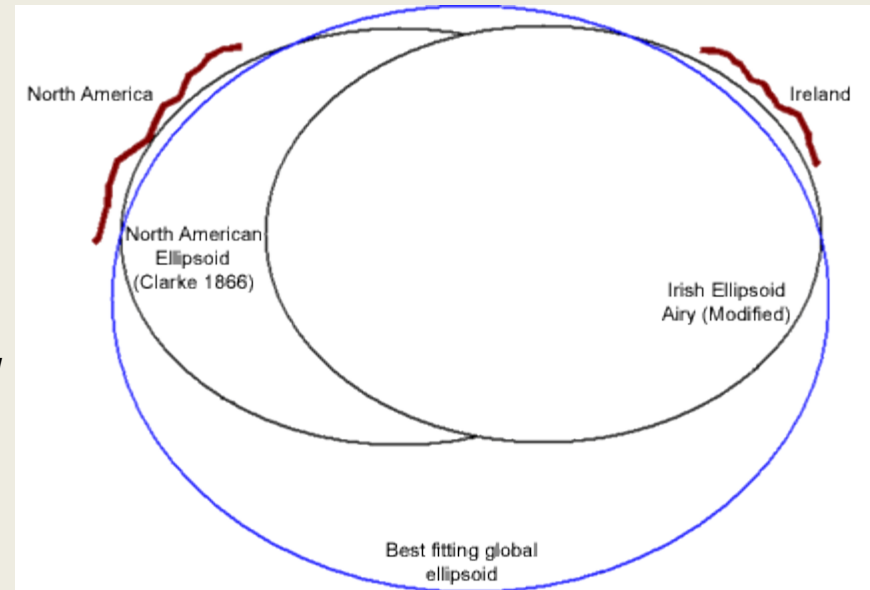
# Oblik Zemlje **Besselov elipsoid**

## Referentni elipsoid u RH (do 2004.)

- Friedrich Wilhelm Bessel (1748-1846.), njemački astronom, matematičar, geodet
- dimenzije odredio 1841.g.  $a=6377397,155$  m,  $f = 299,15281285$
- fundamentalna točka: Hermannskögel  
 $\varphi = 48^{\circ} 16' 15,29''$  N,  $\lambda = 33^{\circ} 57' 41,06''$  E (Ferro)
- prihvaćen u mnogim zemljama i u nas

## Opći Zemljin elipsoid

- prije se nije mogao orijentirati na odgovarajući način (nisu se mogle izračunati udaljenosti između ploha geoida i elipsoida)
- Danas se promatranjem putanje umjetnih Zemljinih satelita može definirati gdje se nalazi središte Zemlje
- Trend korištenja GRS80 elipsoida zbog globalne kompatibilnosti (uveden odlukom hrv. Vlade od 4. kolovoza 2004.)



## GRS80

(Geodetic Reference System 1980)

$a = 6378137,00$  m,

$b = 6356078,96290$  m

spoljoštenost ( $f$ )  $1/298,257222101$

## WGS 84

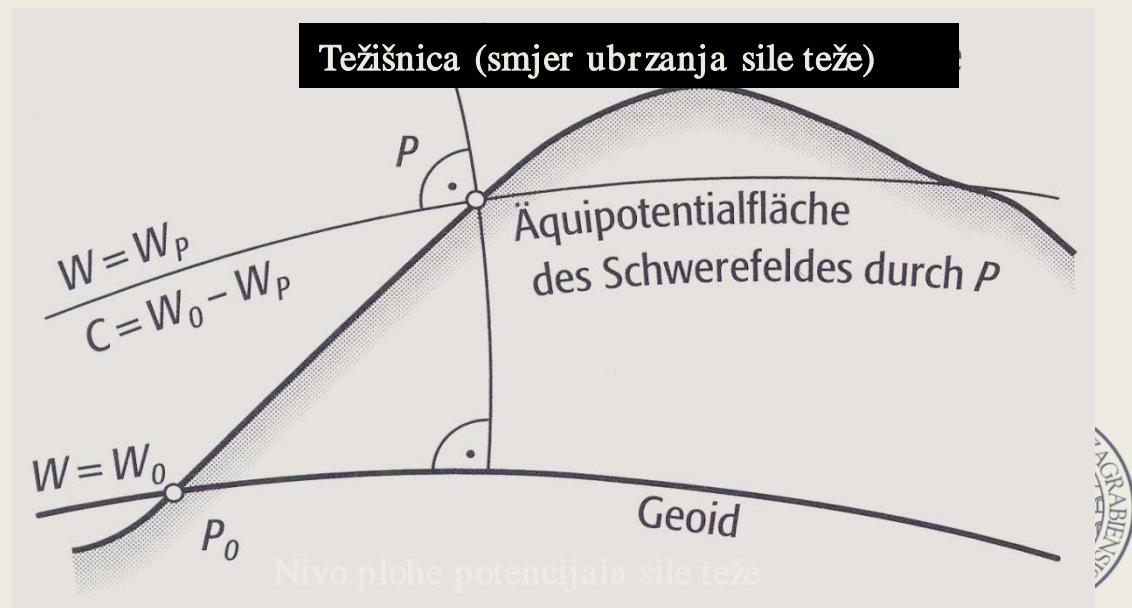
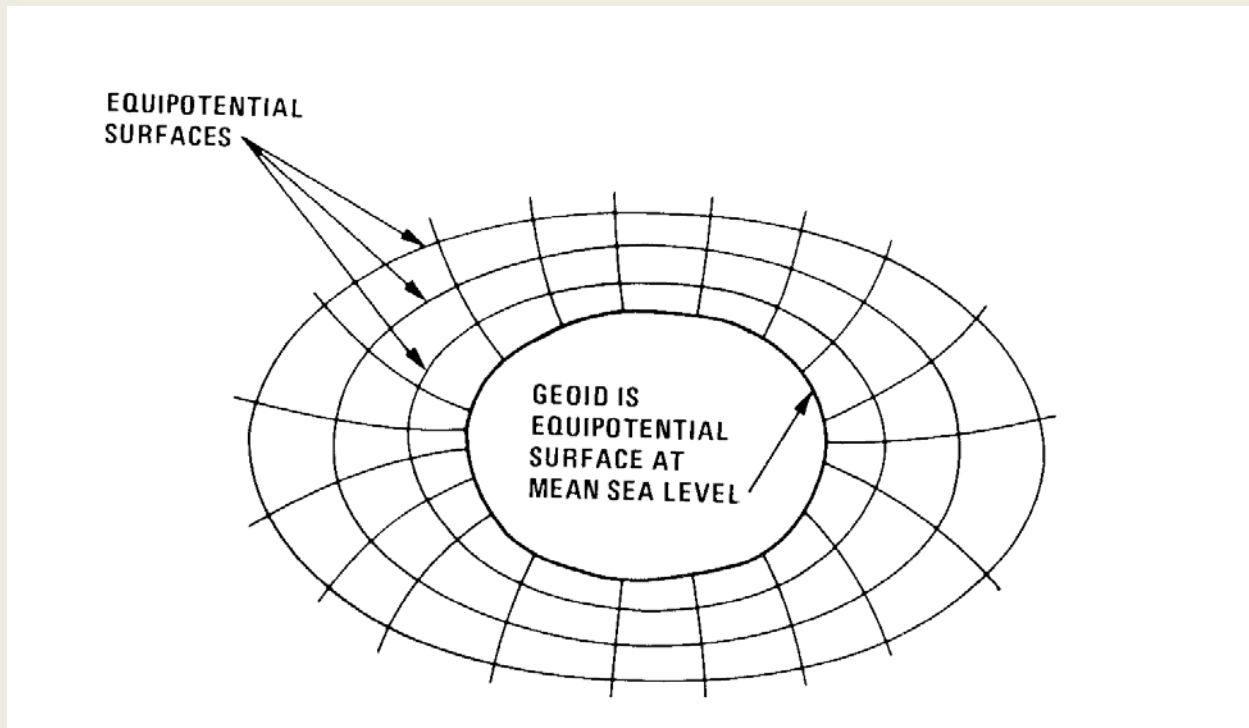
(World Geodetic System) - GPS



# Model Zemlje **Geoid**

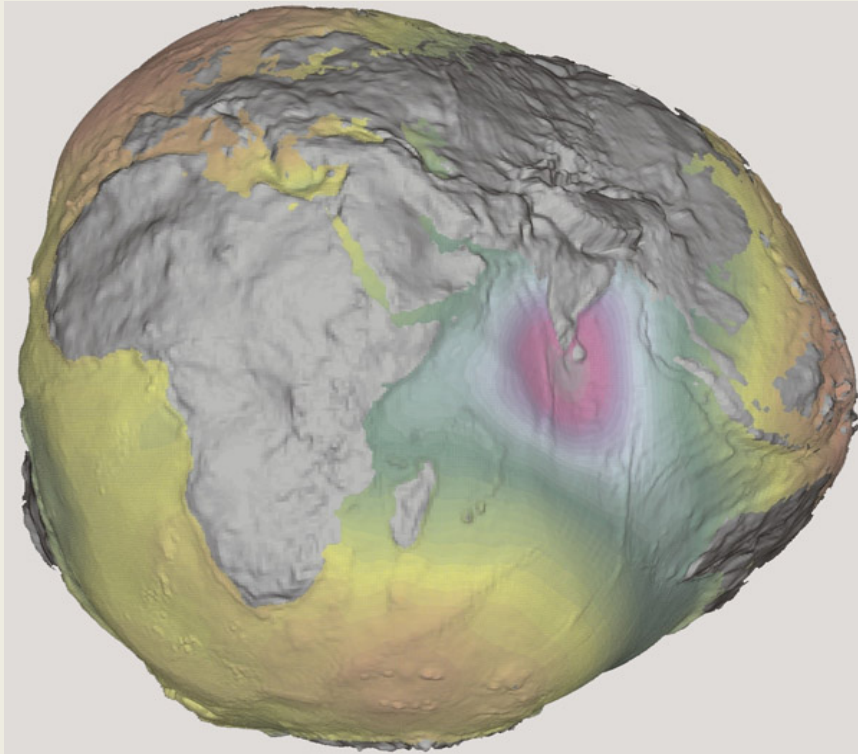
- **Ekvipotencijalna ploha / Nivo ploha / Ploha istog potencijala sile teže**
- Takvih ploha ima beskonačno mnogo
- Ploha geoida je materijalizirana površinom svih oceanskih i morskih vodenih masa homogene gustoće u stanju mirovanja, koja se proteže i ispod kopnenih masa (odn. izabrana je ona ploha koja odgovara potencijalu sile teže srednje razine mora)

Izvor: Hake, 2002.





# Model Zemlje **Geoid**



Izvor:  
GFZ Potsdam  
(potencirano)

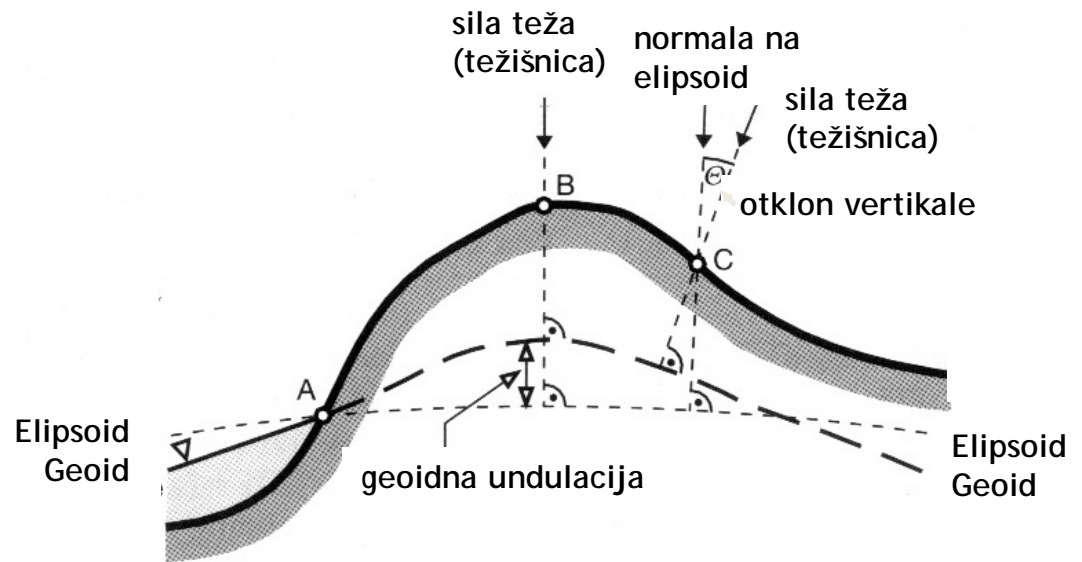
Primjena  
Mjerenje visina/sile teže

## Pojam (Liesting, 1873.g.)

- **geofizikalna aproksimacija Zemlje**
- Ona je tzv. ekvipotencijalna ili nivo ploha, tj. ploha istog potencijala sile teže, kontinuirana je, prostorno razvedena i zatvorena ploha.
- U svakoj točki okomita na smjer sile teže
- Ploha geoida je zbog nepravilnosti u zemljinom polju sile teže nepravilna ploha, ali sa svojstvom da je u svim svojim točkama okomita na smjer sile teže.
- **Geoidna undulacija:** Razlika između ploha geoida i elipsoida
- $\varnothing$  50 m, max. 150 m
- U Hrvatskoj GRS80 elipsoid leži oko 45 metara ispod plohe geoida.



# Model Zemlje Geoid

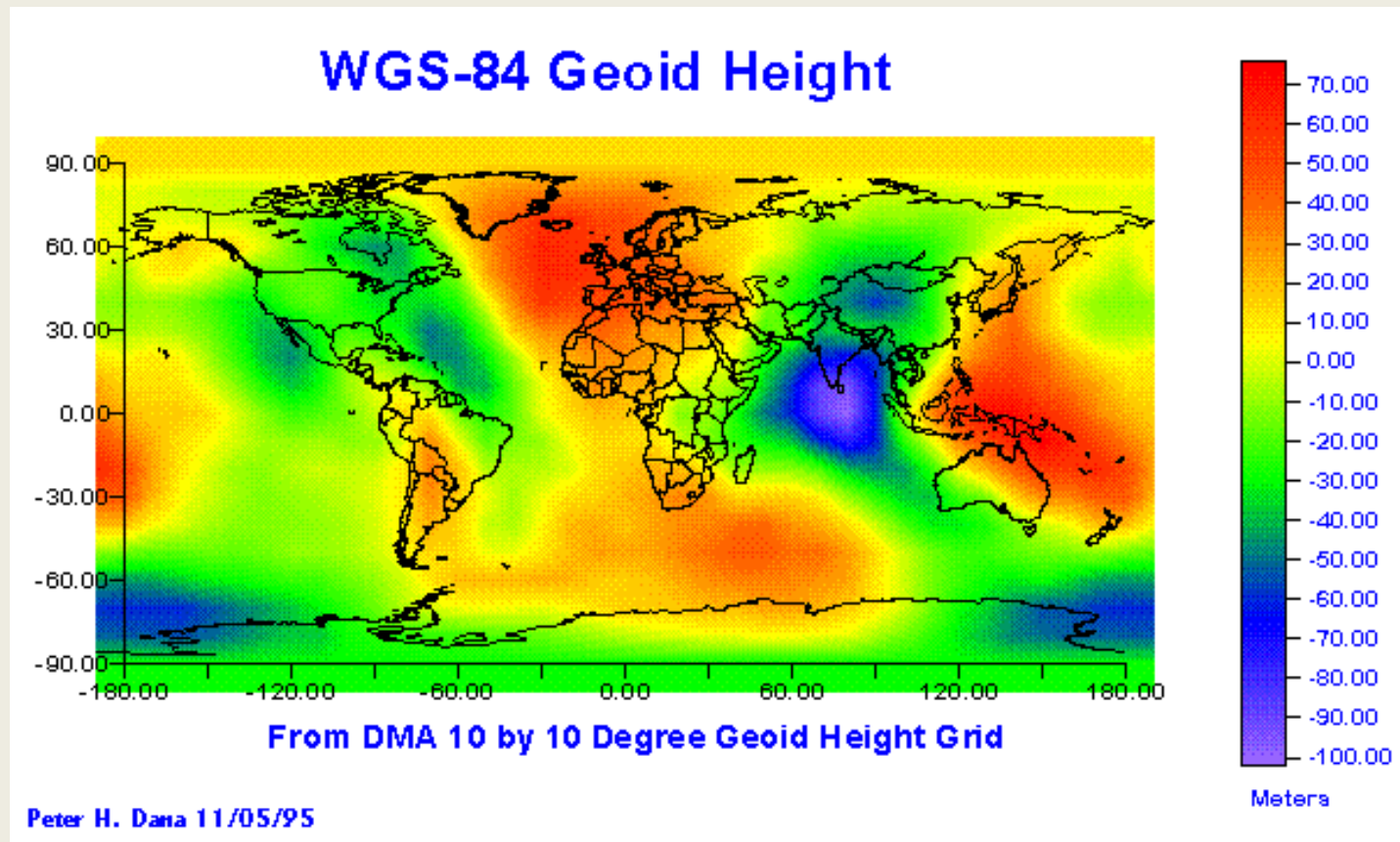


Ploha geoida u odnosu prema stvarnoj površini Zemlje i plohi elipsoida

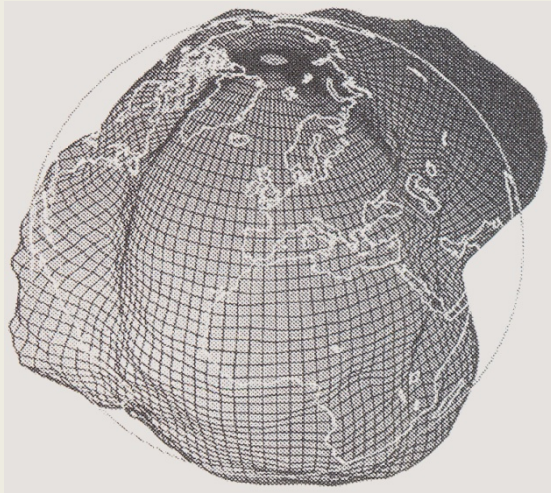
- [GEOID - ESA Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer \(GOCE\)](#)
- <https://www.youtube.com/watch?v=qu-o75pe5GY>



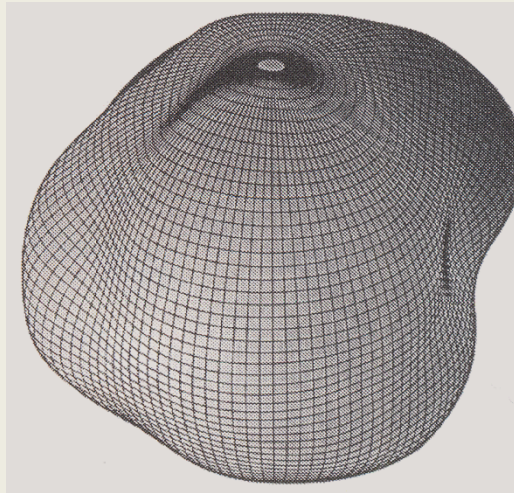
# Model Zemlje **Geoidna undulacija**



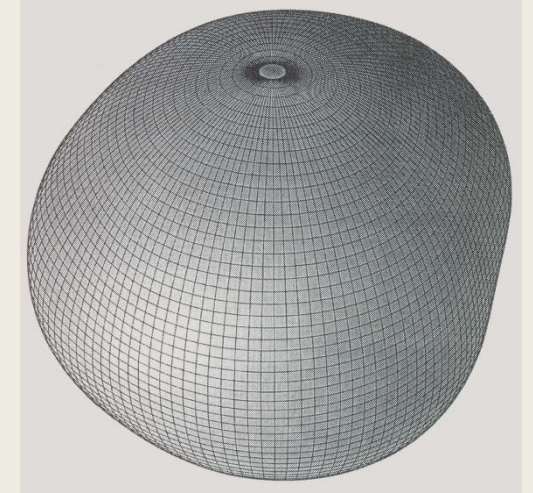
# Model Zemlje **Geoid**



Površina Zemlje



Na udaljenosti od 600 km



Na udaljenosti od 20.000 km

## Razvoj plohe potencijala sile teže

- ublažavanje plohe potencijala sile teže s povećanjem udaljenosti od Zemlje (relativni prikaz s potenciranjem vrijednosti)
- zbog anomalija masa Zemlje



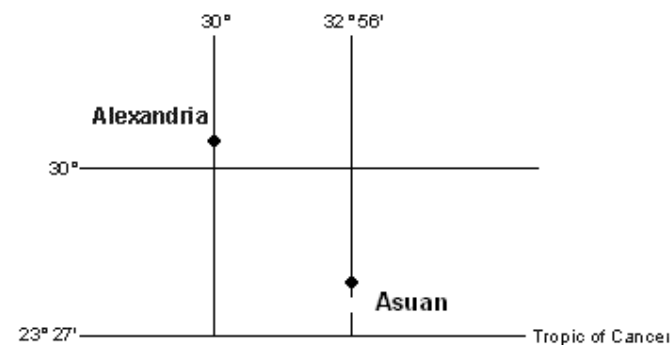
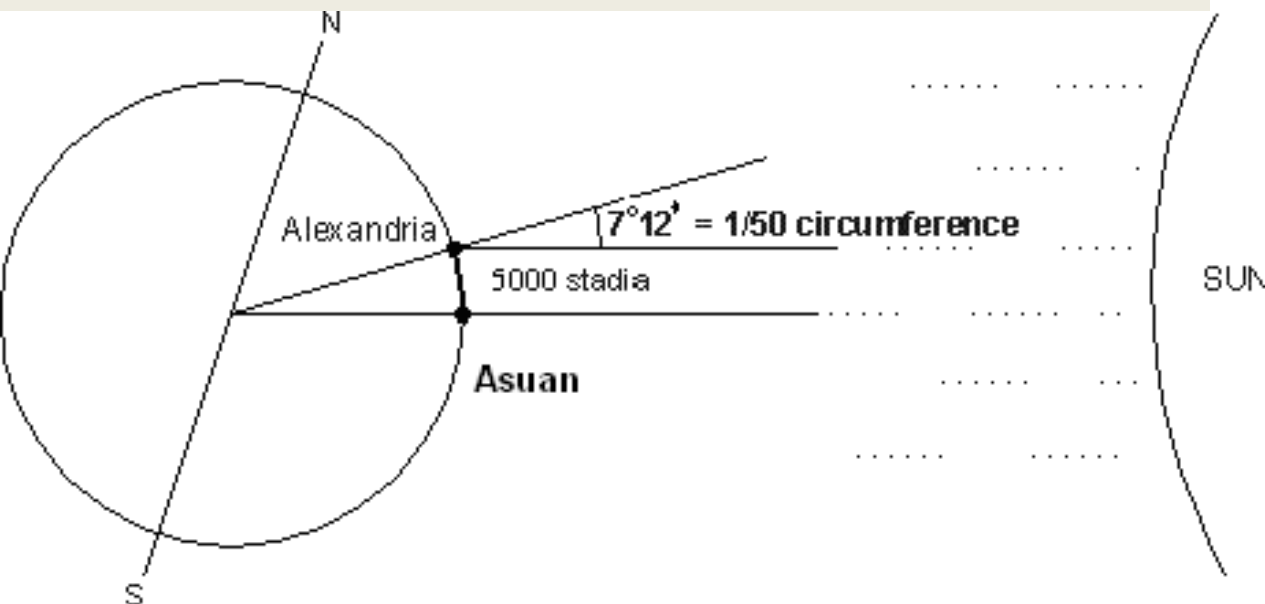
# Dimenzije Zemlje Mjerenja

Mjerenja dimenzija Zemlje temelje se na 2 osnovna mjerenja:

1. Geodetsko (daje udaljenost između točaka A i B odn. dužinu luka)
2. Astronomsko (daje veličinu kuta koji odgovara toj dužini luka)

- Prva procjena opsega Zemlje pripisuje se Eudoksu (- 4 st.) 400 000 stadija
- Aristotel (- 4 st.) 40 mirijada stadija
- Dikearh (- 3 st.) 300 000 stadija
- Arhimed (-2 st.) 300 000 stadija

- ERATOSTENOVO MJERENJE DIMENZIJA ZEMLJE
- Pomoću kulminacije Sunca



- Asuan za ljetnog solsticija Sunce kulminira u zenitu
- Istog dana izmjerio Sunčevu kulminaciju u Aleksandriji ( $82^{\circ} 48'$ )
  - Znači da kut između A i S iznosi  $7^{\circ} 12'$  ( $1/50$  kruga)
  - Opseg Zemlje - 50 puta veći od udaljenosti između A i S
    - Utvrdio je da udaljenost između A i S iznosi 5000 stadija

Iz tih je podataka izračunao duljinu velikog kruga:

$5000 \times 50 = 250\ 000$  stadija odn.

$O : 5000 = 360^{\circ} : 7^{\circ} 12'$

$O = 5000 \times 360 / 7,2$

$O = 250\ 000$  stadija

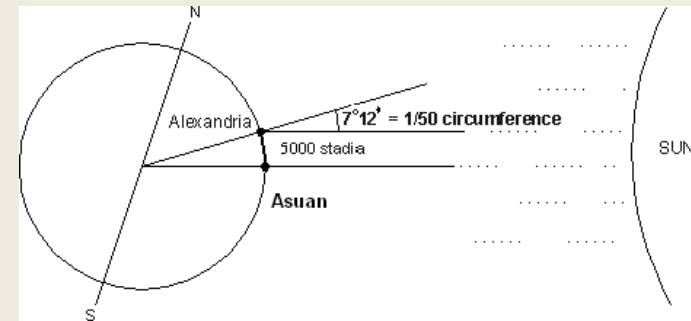
Korigirao podatak u  $252\ 000$  stadija -  $1^{\circ} = 700$  stadija

Više stadija u uporabi:

Atički stadij (185 m) -  $252\ 000 \times 185 = 46\ 620\ 000$  m

Armenski stadij (158,6 m) -  $252\ 000 \times 158,6 = 39\ 967\ 200$  m

Egipatski stadij (157,5 m) -  $252\ 000 \times 157,5 = 39\ 690\ 000$  m





- Posidonijevo mjerenje - prema Marinu Tirskom Posidonije polazi od udaljenosti između Aleksandrije i Rodosa (3750 stadija) i kuta između njih koji odgovara  $1/48$  kruga, odnosno  $7,5^\circ$
- $O = 3750 \times 48 = 180\,000$  stadija ( $1^\circ = 500$  stadija)



## Ostala mjerenja dimenzija Zemlje

- 827. g. Mjerenja po zapovijedi kalifa Al Mamuna - 20 409 arapskih milja
- u 15. St. - nekoliko podataka, ali se ne zna na koji je način izračunati
- npr.  $1^\circ = 60$  talijanskih milja (1 milja = 1850 m) -  $O = 21\,600$  tal. milja
- $1^\circ = 15$  njemačkih milja (1 milja = 7400 m) -  $O = 5400$  njem. milja
- Fernel, 1525.g.  $1^\circ = 57\,060$  toisea = 110,6 km,  $O = 39816$  km
- Wilebroard Snellius, 1617.g.  $1^\circ = 54\,899$  toisea = 107,3 km,  $O = 38\,600$  km
- Norwood, 1634.g. - London-York,  $1^\circ = 111,9$  km
- Picard, 1670.g. -  $1^\circ = 111,21$  km, a polumjer 6372 km - taj podatak iskoristio Newton
- Jean Dominic Cassini i sin Jacques, 1700-18.g.
- $1^\circ$  meridijanskog luka južno od Pariza = 111,284 km
- $1^\circ$  meridijanskog luka sjeverno od Pariza = 110,628 km



# ODLUKA O UTVRĐIVANJU SLUŽBENIH GEODETSKIH DATUMA I RAVNINSKIH KARTOGRAFSKIH PROJEKCIJA REPUBLIKE HRVATSKE

## I. *Položajni datum Republike Hrvatske*

- 1) Europski terestrički referentni sustav za epohu 1989,0 (*European Terrestrial Reference System 1989*) - skraćeno ETRS89, utvrđuje se službenim nepromjenjivim i o vremenu neovisnim položajnim referentnim koordinatnim sustavom za Republiku Hrvatsku.
- 2) **Elipsoid GRS80 s veličinom velike poluosi  $a = 6378137,00$  m i spljoštenošću  $m = 1/298,257222101$  određuje se službenim matematičkim modelom za Zemljino tijelo u Republici Hrvatskoj.**
- 3) Položajna mreža koju čini 78 osnovnih trajno stabiliziranih geodetskih točaka čije su koordinate određene u ETRS89, određuje se osnovom položajnog referentnoga koordinatnog sustava Republike Hrvatske.
- 4) Položajnom referentnom koordinatnom sustavu Republike Hrvatske u kojem su koordinate 78 osnovnih geodetskih točaka određene 1996. godine određuje se naziv - **Hrvatski terestrički referentni sustav za epohu 1995.55 - skraćeno HTRS96.**



# ODLUKA O UTVRĐIVANJU SLUŽBENIH GEODETSKIH DATUMA I RAVNINSKIH KARTOGRAFSKIH PROJEKCIJA REPUBLIKE HRVATSKE

## II. *Visinski datum Republike Hrvatske*

- 1) Ploha geoida koja je određena srednjom razinom mora na mareografima u Dubrovniku, Splitu, Bakru, Rovinju i Kopru u epohi 1971.5 određuje se referentnom plohom za računanje visina u Republici Hrvatskoj.
- 2) Visinska mreža koju čine trajno stabilizirani reperi II. nivelmana visoke točnosti čije su visine određene u sustavu (normalnog) Zemljinog polja sile teže, određuje se osnovom visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske.
- 3) Visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske određenom na temelju srednje razine mora određuje se naziv - **Hrvatski visinski referentni sustav za epohu 1971.5 - skraćeno HVR571.**



*Opći i referentni elipsoidi*

| Name       | Date | Radius $a$<br>(meters) | Radius $b$<br>(meters) | Polar<br>Flattening |
|------------|------|------------------------|------------------------|---------------------|
| WGS 84     | 1984 | 6,378,137              | 6,356,752.3            | 1/298.257           |
| GRS 80*    | 1980 | " "                    | " "                    | " "                 |
| WGS 72     | 1972 | 6,378,135              | 6,356,750.5            | 1/298.26            |
| Australian | 1965 | 6,378,160              | 6,356,774.7            | 1/298.25            |
| Krasovsky  | 1940 | 6,378,245              | 6,356,863              | 1/298.3             |
| Internat'l | 1924 | 6,378,388              | 6,356,911.9            | 1/297               |
| Clarke     | 1880 | 6,378,249.1            | 6,356,514.9            | 1/293.46            |
| Clarke     | 1866 | 6,378,206.4            | 6,356,583.8            | 1/294.98            |
| Beaul      | 1841 | 6,377,397.2            | 6,356,079.0            | 1/299.15            |
| Airy       | 1830 | 6,377,563.4            | 6,356,256.9            | 1/299.32            |
| Everest    | 1830 | 6,377,276.3            | 6,356,075.4            | 1/300.8             |

\*Geodetic Reference System 1980, adopted by the International Association of Geodesy.

Elipsoidi različitih dimenzija i smještaja u prostoru



**Hvala na pozornosti!**

