

OSNOVE MATEMATIČKE ANALIZE

– Prvi kolokvij – 20. travnja 2026.

Na kolokviju nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje.

Zadatak 1. (12 bodova) Odredite supremum i infimum skupa

$$S = \left\{ \frac{3nx^2 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 6n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{2x^2n + 6x^2 + 3n + 9} : n \in \mathbb{N}, x \geq 0 \right\}$$

OSNOVE MATEMATIČKE ANALIZE

– Prvi kolokvij – 20. travnja 2026.

Zadatak 2. (16 bodova)(a) (6 bodova) Za $n \in \mathbb{N}$ definiramo

$$a_n = \frac{n \cos(n) + n^2 \cos(2n) + \cdots + n^{2026} \cos(2026n)}{2026^n}.$$

Dokažite da je niz $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ konvergentan te mu odredite limes.(b) (10 bodova) Zadan je niz $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ i to tako da

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{5a_n + 3}{a_n + 7}, \quad n \in \mathbb{N}$$

Dokažite da je ovaj niz konvergentan te mu izračunajte limes.

OSNOVE MATEMATIČKE ANALIZE

– Prvi kolokvij – 20. travnja 2026.

Zadatak 3. (12 bodova)a) (10 bodova) Odredite gomilišta niza $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ zadanog s

$$\frac{((-1)^n + 3)^{n+1}}{4^n + n2^n} + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) - 2\cos(n\pi)$$

b) (2 boda) Navedite primjer neograničenog niza kojem su 1 i -1 gomilišta.

OSNOVE MATEMATIČKE ANALIZE

– Prvi kolokvij – 20. travnja 2026.

Zadatak 4. (10 bodova) Dokažite ili opovrgnite sljedeće tvrdnje (ako je tvrdnja istinita, dokažite je, a ako je lažna, navedite konkretan kontraprimjer):

- a) (2 boda) Ako je 7 gomilište niza realnih brojeva a_n , onda izvan intervala $\langle 6, 9 \rangle$ postoji beskonačno mnogo elemenata niza a_n .
- b) (8 bodova) Neka je S ograničen skup u \mathbb{R} i $S^- = \{-x : x \in S\}$. Tada je $\inf S^- = -\sup S$.