Derivacija i njene primjene

Vaše ime i prezime

Prirodoslovno - matematički fakultet

Definicija

Kažemo da je funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ ***diferencijabilna*** ili ***derivabilna u točki c*** otvorenog intervala $I \subseteq \mathbb{R}$ ako postoji $\lim_{x\to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$. Taj broj zovemo ***derivacija funkcije*** f ***u točki c*** i pišemo

$$f'(c) = \lim_{x\to c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}.$$

Kažemo da je f ***diferencijabilna na intervalu I*** ako je ona diferencijabilna u svakoj točki iz I.

Tangenta na graf

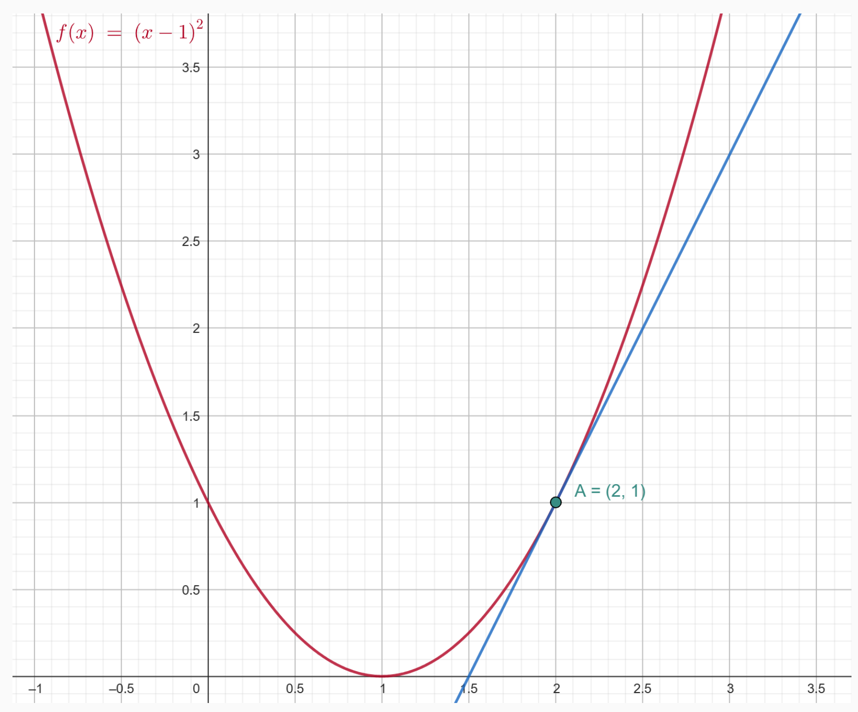


Fig. 1: Tangenta na funkciju f u točki c.

Svojstva

Neka su $f, g : I \to \mathbb{R}$ derivabilne u točki $c \in I$. Tada su i funkcije $f+g$, $f-g$ i fg derivabilne u točki c. Ako je funkcija $\frac{f}{g}$ definirana na I, onda je ona i derivabilna u točki c.

Primjena

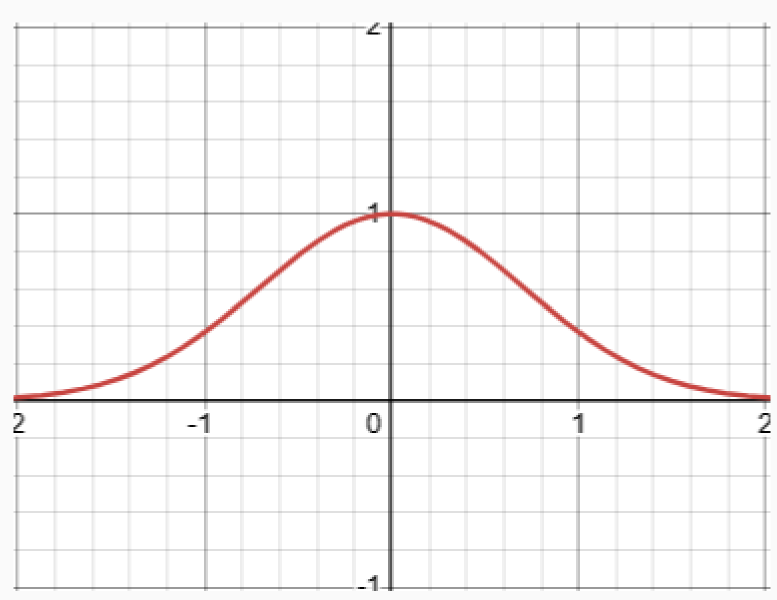
Derivacija funkcije f u točki c predstavlja nagib tangente na funkciju f u toj točki.

Primjer

Primjer. Ispitati lokalne ekstreme funkcije $f(x) = e^{-x^2}$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= -2xe^{-x^2} \\ f''(x) &= (4x^2 - 2)e^{-x^2} \qquad (1) \end{aligned}$$

Stacionarna točka je $x = 0$. Iz jednadžbe (1) zaključujemo da je to točka lokalnog maksimuma.



Literatura

[1] Boris Guljaš. *Matematička analiza I i II.*