

Diferencijalni i integralni račun 2

Derivacije višeg reda

1. Nađite n -tu derivaciju funkcija

a) $y = \frac{1+x}{1-x}$

b) $y = \sin^2 x$

c) $y = \ln 1 + x$.

2. Primjenom Leibnizove formule izračunajte n -tu derivaciju funkcija

a) $y = x^3 \ln x$

b) $y = x^2 e^{-2x}$

c) $y = (1 - x^2) \cos x$

d) $y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}$.

3. Nađite $f^{(n)}(0)$, ako je $f(x) = \ln \frac{1}{1-x}$.

Limesi nizova

4. Izračunajte:

a) $\lim_n \frac{n + (-1)^n}{n - (-1)^n}$

b) $\lim_n \frac{n \sin n!}{n^2 + 1}$

c) $\lim_n \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n}$.

Konvergencija redova

5. Ispitajte konvergenciju redova primjenom kriterija uspoređivanja ili nužnog uvjeta konvergencije

a) $\sum \frac{n+1}{2n+1}$

b) $\sum \frac{(-1)^{n+1}}{n+\sqrt[4]{10}}$

c) $\sum \frac{1}{2n}$

d) $\sum \frac{1}{(3n-1)^2}$

6. Pomoću D'Alembertova kriterija ispitajte konvergenciju redova:

a) $\sum \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$

b) $\sum \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \dots (4n-3)}$

7. Pomoću Cauchyjeva kriterija ispitajte konvergenciju redova:

- a) $\sum \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$
 b) $\sum \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1}$

8. Ispitajte konvergenciju redova:

- a) $\sum \frac{1}{\ln n^2}$
 b) $\sum \frac{(n!)^2}{(2n)!}$
 c) $\sum \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998+2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}$
 d) $\sum \frac{n}{n^2+1}$
 e) $\sum (-1)^{n-1} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$
 f) $\sum \frac{1}{n \sqrt[3]{n} - \sqrt{n}}$.

9. Ispitajte konvergenciju redova. Ako red konvergira ispitajte je li konvergencija apsolutna ili uvjetna.

- a) $\sum \frac{(-1)^n}{n^2}$
 b) $\sum (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$
 c) $\sum \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n}$
 d) $\sum (-1)^n \frac{\ln n}{n}$.

Taylorovi redovi

10. Odredite razvoj u red funkcije:

- a) $f(x) = 1 + x + x^3 + x^6$ oko točke -7 ;
 b) $f(x) = \ln(13 + (x-1)^7)$ oko točke 1 ;
 c) $f(x) = \sin^3 x$ oko 0 ;
 d) $f(x) = \operatorname{sh} 2x$ oko 0 ;
 e) $f(x) = (1+x)^{\frac{3}{2}}$ oko 0 ;
 f) $f(x) = e^{2x+3}$ oko 0 ;
 g) $f(x) = \operatorname{sh}(1+2x)$ oko 0 .

11. Izračunajte sume pomoću geometrijskog reda:

- a) $x - \frac{x^4}{4} + \frac{x^7}{7} - \frac{x^{10}}{10} + \dots$
 b) $2 \cdot 5 \cdot x^3 + 7 \cdot 10 \cdot x^8 + \dots + 5k(5k-3)x^{5k-2} + \dots$
 c) $\frac{2}{3} + \frac{4}{81} + \frac{2}{401} + \frac{8}{15309} + \dots$