

## DIR2, ZADAĆA 2

- Izračunajte vektore brzine i brzinu sljedećih krivulja u općenitoj točki  $t$ :
  - $(e^t, \cos t, \sin t)$
  - $(\sin(2t), \ln(1+t), t)$
  - $(\cos t, \sin t)$
  - $(\cos(3t), \sin(3t))$
- Provjerite za koje od funkcija  $X$  u prethodnom zadatku vrijedi da je vektor brzine  $X'(t)$  okomit na vektor  $X(t)$ . Zatim izračunajte vektore akceleracije i provjerite za koje funkcije je vektor akceleracije suprotan vektoru  $X(t)$ .
- Dokažite da, ako je brzina konstantna, onda je vektor akceleracije okomit na vektor brzine. Zatim pokažite obrat te tvrdnje.
- Nađite jednadžbu tangencijalnog pravca na krivulju  $X(t) = (\cos t, \sin t)$  u točki  $t = \frac{\pi}{3}$
- Nađite jednadžbu ravnine okomite na krivulju  $X(t) = (e^t, t, t^2)$  u točki 1.
- Nađite jednadžbu ravnine okomite na krivulju  $X(t) = (e^t, t, t^2)$  u točki 0.
- Nađite jednadžbu ravnine okomite na krivulju  $X(t) = (t, t^2, \frac{2}{3}t^3)$  u točki 1.
- Neka se kukac kreće po krivulji  $B(t) = (x(t), y(t), z(t))$ , koja leži na plohi  $z^2 = 1 + x^2 + y^2$  (to znači da koordinate svake točke na krivulji zadovoljavaju tu jednadžbu).
  - Pokažite da vrijedi  $2x(t)x'(t) = B(t) \cdot B'(t)$ .
  - Pretpostavite da je krivulja  $B$  takva da je kosinus kuta između vektora  $B(t)$  i  $B'(t)$  uvijek pozitivan, i  $x(t)$  uvijek pozitivan. Pokažite da se udaljenost kukca od  $xy$ - ravnine s vremenom povećava.
- Izračunajte duljinu krivulje  $X$  između točaka  $a$  i  $b$ .
  - $X(t) = (\cos t, \sin t, t)$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ .

b)  $X(t) = (\cos 4t, \sin 4t, t)$ ,  $a = 0$ ,  $b = \frac{\pi}{8}$ .

c)  $X(t) = (t, \ln \cos t)$ ,  $a = 0$ ,  $b = \frac{\pi}{4}$ .

d)  $X(t) = (t, t^2, \frac{2}{3}t^3)$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ .

e)  $X(t) = (6t, 2t^3, 3\sqrt{2}t^2)$ ,  $a = 0$ ,  $b = 1$ .

10. Izračunajte duljinu krivulje  $X(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$  između točaka 0 i  $2\pi$ . (*Hint: upotrijebite formulu za polovinu kuta  $i$ , ako dobijete nešto pod korijenom, razmislite je li to potpuni kvadrat.*)