

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 1A

Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) := 2^{\arccos\left(\frac{1}{x+1}\right)}.$$

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 2AFunkcija f je definirana formulom

$$f(x) := \frac{\sin x - 1}{2 - \sin x}.$$

Odredite $f\left(\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 3A

Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \operatorname{th}^2 x - 2 \operatorname{th} x + 3.$$

Odredite $f^{-1}([3, 6])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 4A

Neka je $f: [\frac{3\pi}{2}, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \sin^3 x + 1.$$

(a) Je li f surjekcija? (2 boda)

(b) Je li f injekcija? Ako jest, odredite inverznu funkciju

$$f^{-1}: \mathcal{R}_f \rightarrow [\frac{3\pi}{2}, 2\pi].$$

(3 boda)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 5A

Postoji li padajuća funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takva da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana formulom

$$g(x) := 4^{f(x)} - 2^{f(x)}$$

strogo rastuća? U slučaju potvrdnog odgovora nađite primjer takve funkcije f , a u protivnom dokažite da takva funkcija f ne postoji. (5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 1B

Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = 3^{\arcsin\left(\frac{1}{x-1}\right)}.$$

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 2BFunkcija f je definirana formulom

$$f(x) := \frac{\operatorname{tg} x + 1}{2 + \operatorname{tg} x}.$$

Odredite $f\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 3B

Neka je $f : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} + 3.$$

Odredite $f^{-1}([-2, 8])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 4B

Neka je $f: \langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \operatorname{tg}^3 x + 2.$$

(a) Je li f surjekcija? (2 boda)

(b) Je li f injekcija? Ako jest, odredite inverznu funkciju

$$f^{-1}: \mathcal{R}_f \rightarrow \langle \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \rangle.$$

(3 boda)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 5B

Postoji li injekcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takva da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana formulom

$$g(x) := f(4^x - 2^x)$$

surjekcija? U slučaju potvrdnog odgovora nađite primjer takve funkcije f , a u protivnom dokažite da takva funkcija f ne postoji. (5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 1C

Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = 4^{\arccos\left(\frac{1}{x-2}\right)}.$$

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 2CFunkcija f je definirana formulom

$$f(x) := \frac{2 - \operatorname{ctg} x}{3 + \operatorname{ctg} x}.$$

Odredite $f([\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 3C

Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := 4^x + 2^{x+1} + 3.$$

Odredite $f^{-1}([-1, 11])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 4C

Neka je $f: [\pi, \frac{3\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \cos^5 x + 3.$$

(a) Je li f surjeksija? (2 boda)

(b) Je li f injeksija? Ako jest, odredite inverznu funkciju

$$f^{-1}: \mathcal{R}_f \rightarrow [\pi, \frac{3\pi}{2}].$$

(3 boda)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 5C

Postoji li surjekcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takva da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana formulom

$$g(x) := f(9^x + 3^x)$$

bijekcija? U slučaju potvrdnog odgovora nađite primjer takve funkcije f , a u protivnom dokažite da takva funkcija f ne postoji. (5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 1D

Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = 5^{\arcsin\left(\frac{1}{x+2}\right)}.$$

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 2DFunkcija f je definirana formulom

$$f(x) := \frac{3 - \cos x}{2 - \cos x}.$$

Odredite $f([\pi, 2\pi])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 3D

Neka je $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := (x^2 + 1)^2 + 2(x^2 + 1) + 4.$$

Odredite $f^{-1}([-3, 12])$.

(5 bodova)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 4D

Neka je $f: \langle -\pi, 0 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \operatorname{ctg}^5 x + 4.$$

(a) Je li f surjekcija? (2 boda)

(b) Je li f injekcija? Ako jest, odredite inverznu funkciju

$$f^{-1}: \mathcal{R}_f \rightarrow \langle -\pi, 0 \rangle.$$

(3 boda)

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij - 19. studenoga 2007.

ZADATAK 5D

Postoji li surjekcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takva da je funkcija $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana formulom

$$g(x) := f(x)^5 + f(x)^2$$

strogo padajuća? U slučaju potvrdnog odgovora nađite primjer takve funkcije f , a u protivnom dokažite da takva funkcija f ne postoji. (5 bodova)