MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 2. 2. 2009.

Ime i prezime: ______________________ JMBAG: ______________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. Pokažite da je niz (a_n) zadan rekurzivno s
$$a_{n+2} = \frac{1}{2}a_{n+1}a_n + \frac{1}{3}, \quad a_1 = a_2 = 0$$
konvergentan i odredite mu limes. [5 bodova]

2. Odredite limese nizova:
   (a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3n^3 - 5n^2 - 3}{\sqrt{n^6 - 3n} - 1}$,
   (b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (\sqrt{n^2 - n} - n)$.

   [6 bodova]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa
$$S = \left\{ \frac{7 + n - 2n\cos(m\pi)}{2 + 4n} : m,\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$
[6 bodova]

4. (a) Izračunajte limese (bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila):
   (a1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x - \cos x + 1}{\ln(1 + x^2)}$, [3 boda]
   (a2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+1} - x - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$. [3 boda]

   (b) Neka je $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ funkcija takva da postoji $\lim\limits_{x\to 0} f(x^2)$.
   Dokažite ili opovrgnite:
$$\text{postoji } \lim_{x\to 0} f(x).$$
[2 boda]

Rezultati i uvid u kolokvije: četvrtak u 12 sati.

B. Guljaš, H.Šikić, G. Conar, A. Mimica, F. Najman, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 2. 2. 2009.

Ime i prezime: ________________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. Pokažite da je niz (a_n) zadan rekurzivno s
$$a_{n+2} = \frac{1}{3}a_{n+1}a_n + \frac{1}{4}, \quad a_1 = a_2 = 0$$
konvergentan i odredite mu limes. [5 bodova]

2. Odredite limese nizova:
   (a) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^4+n^2-1}{\sqrt{3n^6+2}-n^2}$,
   (b) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \left(\ln(n+1) - \frac{1}{2}\ln(n^2+1)\right)$.

   [6 bodova]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa
$$S = \left\{ \frac{8m+2}{2-m+3m\cos(n\pi)} : m,\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$
[6 bodova]

4. (a) Izračunajte limese (bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila):
   (a1) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \operatorname{ctg}^2 x(1-\cos^4 x)$, [3 boda]
   (a2) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-x-2}{\sqrt{x+4}-2}$. [3 boda]

   (b) Neka je $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ funkcija takva da postoji $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(\sin^2 x)$.
   Dokažite ili opovrgnite:
$$\text{postoji } \lim_{x\to 0} f(x).$$
[2 boda]

Rezultati i uvid u kolokvije: četvrtak u 12 sati.

B. Guljaš, H.Šikić, G. Conar, A. Mimica, F. Najman, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 2. 2. 2009.

Ime i prezime: ______________________ JMBAG: ______________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene:
- Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. Pokažite da je niz (a_n) zadan rekurzivno s
$$a_{n+2} = \frac{1}{2}a_{n+1}a_n + \frac{1}{4}, \quad a_1 = a_2 = 0$$
konvergentan i odredite mu limes. [5 bodova]

2. Odredite limese nizova:
   (a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{3n^3 - 5^n}{\sqrt{n^6 - 3n} + 5^n - n^7}$,
   (b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{n+2}{n+3}\right)^{n+4}$.

   [6 bodova]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa
$$S = \left\{ \frac{5 - n + 4n\sin\left(\frac{2m+1}{2}\pi\right)}{3 + 2n} : m,\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$
[6 bodova]

4. (a) Izračunajte limese (bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila):
   (a1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x + x^2}{\ln\cos x}$, [3 boda]
   (a2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+9} - x - 3}{\sqrt{x+9} - 3}$. [3 boda]

   (b) Neka je $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ funkcija takva da postoji $\lim\limits_{x\to 0} f(x^4)$.
   Dokažite ili opovrgnite:
$$\text{postoji } \lim_{x\to 0} f(x).$$
[2 boda]

Rezultati i uvid u kolokvije: četvrtak u 12 sati.

B. Guljaš, H.Šikić, G. Conar, A. Mimica, F. Najman, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 2. 2. 2009.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. Pokažite da je niz (a_n), zadan rekurzivno s

$$a_{n+2} = \frac{1}{4}a_{n+1}a_n + \frac{1}{3}, \quad a_1 = a_2 = 0$$

konvergentan i odredite mu limes. [5 bodova]

2. Odredite limese nizova

(a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n+1}{n-1+\sqrt{n^2+n+1}}$,

(b) $\lim\limits_{n\to+\infty} (\ln(3^n - n^2) - \ln(n^2 + 5^n))$.

[6 bodova]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S = \left\{ \frac{6m-5}{m-2-2m\sin\left(\frac{2n+1}{2}\pi\right)} : m,\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

[6 bodova]

4. (a) Izračunajte limese (bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila):

(a1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{\ln(1+x\sin x)}$, [3 boda]

(a2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+16}-x-4}{\sqrt{x+16}-4}$. [3 boda]

(b) Neka je $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ funkcija takva da postoji $\lim\limits_{x\to 0} f(\operatorname{sh}^2 x)$.

Dokažite ili opovrgnite:

$$\text{postoji } \lim_{x\to 0} f(x).$$

[2 boda]

Rezultati i uvid u kolokvije: četvrtak u 12 sati.

B. Guljaš, H.Šikić, G. Conar, A. Mimica, F. Najman, G. Trupčević